Solutions de questions proposées dans les Nouvelles annales

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 14 (1875), p. 382-384

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1875_2_14__382_1>

SOLUTIONS DE QUESTIONS PROPOSÉES DANS LES NOUVELLES ANNALES.

Question 1169

(voir 2e série, t. XIII, p. 192);

PAR M. RASSELET,
Élève au college de Soissons.

On donne sur un même plan deux circonférences inégales : décrire une parabole doublement tangente à *chacune d'elles, et trouver la valeur du paramètre de la parabole en fonction des rayons et de la distance des centres des deux circonférences données.*

Soient O, O' les centres et r, r' les rayons des deux circonférences; $r < r'$. Il est évident : 1° que la ligne OO' des centres est l'axe de la parabole; 2° que le sommet de la parabole se trouve sur le prolongement de la droite O'O du côté du plus petit des deux cercles, dont le centre est O.

Soient M, M' des points de contact de la parabole et des deux circonférences O, O'; les tangentes MS, M'S menées en ces points aux deux cercles rencontrent la droite O'O suffisamment prolongée en des points S, S', et forment ainsi, avec OO', deux triangles rectangles OMS, O'M'S', dont les hypoténuses OS, O'S' ont pour milieu le foyer F de la parabole; les rayons OM, OM' seront des normales à cette courbe, et, si l'on mène des points M, M' des perpendiculaires à l'axe O'O, les sous-normales seront égales chacune au paramètre p de la parabole. Si nous connaissions ce paramètre, la question serait résolue, car il suffirait de prendre à partir du point O une longueur égale au paramètre dans le sens O'O pour avoir le pied de la perpendiculaire MP; le triangle OMS serait alors complétement déterminé, et le milieu F de l'hypoténuse OS serait le foyer de la parabole.

Or les triangles rectangles OMS, O'M'S' donnent

$$r^2 = p \times \mathrm{OS}, \quad r'^2 = p \times \mathrm{O'S'},$$

d'où

$$\frac{r'^2 - r^2}{p} = \mathrm{O'S'} - \mathrm{OS} = 2\mathrm{OO'};$$

car, le point F étant, à la fois, le milieu de OS et de O'S', la distance SS' $=$ OO'. On a donc enfin, en désignant par

d la distance OO' des deux centres,

$$p = \frac{r'^2 - r^2}{2d}.$$

Pour que le problème soit possible, il faut que le paramètre p soit moindre que le petit rayon r, c'est-à-dire qu'on ait

$$\frac{r'^2 - r^2}{2d} < r.$$

Note. — La même question a été résolue par MM. Garreta et Louis Goulin, élèves au lycée de Rouen; Lez; Gambey; Chadu; Moreau; Launoy; Jacob; Moret-Blanc; P. S., de Cherbourg; L.-P. de Cuerne, à Liége; Georges Vandaine, élève de l'école Sainte-Geneviève (classe du P. Joubert); H. Gondelon, élève en Mathématiques spéciales au lycée de Moulins.