G. BELLAVITIS

Exposition de la méthode des équipollences

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 13 (1874), p. 58-59

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1874_2_13__58_0>

EXPOSITION DE LA MÉTHODE DES ÉQUIPOLLENCES

(suite, voir 2e série, t. XII, p. 529);

PAR M. G. BELLAVITIS.

(Traduit de l'italien par M. LAISANT, capitaine du Génie.)

152. En se rappelant les formules du n° 92, chacun verra que l'équipollence de l'ellipse (145) peut s'écrire sous la forme

$$\mathrm{OM} \,\underline{\triangle}\, \frac{\mathrm{OA} - \sqrt{}\,\mathrm{OB}}{2}\,\varepsilon^t + \frac{\mathrm{OA} + \sqrt{}\,\mathrm{OB}}{2}\,\varepsilon^{-t},$$

ou, par la construction du n° 149,

$$\mathrm{OM} \,\underline{\triangle}\, \frac{1}{2\sqrt{}}\,\mathrm{OK}\,\varepsilon^t + \frac{\sqrt{}}{2}\,\mathrm{OK}_1\,\varepsilon^{-t}.$$

Les deux termes du second membre expriment deux mouvements circulaires de rayons $\frac{1}{2}\mathrm{OK}$, $\frac{1}{2}\mathrm{OK}_1$, exécutés avec des vitesses égales, mais de sens contraires, comme l'indique l'opposition de signe des exposants de ε^t, ε^{-t}; par suite, l'ellipse peut être décrite par la composition de deux mouvements circulaires. Il en résulte qu'elle est une hypocycloïde.

ADDITION DU TRADUCTEUR AU N° 152.

Étude de l'hyperbole.

En suivant pas à pas l'exposé précédent des propriétés de l'ellipse et en employant la notation si commode des fonctions hyperboliques, il est facile d'établir quelques-unes des principales propriétés de l'hyperbole : c'est ce que nous allons faire rapidement. Le lecteur saisira sans peine dans ce qui va suivre les analogies et les différences entre les deux courbes.

Équipollence de l'hyperbole. — L'hyperbole est exprimée par l'équipollence

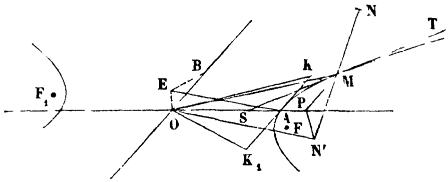
(1) $$\mathrm{OM} \,\underline{\triangle}\, x\,\mathrm{OA} + y\,\mathrm{OB} \quad (\textit{fig. } 32\ \textit{bis}),$$

x et y, quantités réelles, étant liées par la relation

$$(2) \qquad x^2 - y^2 = 1,$$

ce que l'on peut faire en posant $x = \operatorname{ch} t$, $y = \operatorname{sh} t$. On voit sans peine que

Fig. 32 *bis.*



OA, OB sont deux demi-diamètres conjugués, et que OB est le demi-diamètre imaginaire.

(*A suivre.*)