Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 13 (1874), p. 399-400

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1874_2_13__399_1>

QUESTIONS.

1148. 1° Soient O le centre du cercle circonscrit à un triangle ABC ; H le point de rencontre des hauteurs ; I le centre du cercle inscrit ; R le rayon du cercle circonscrit à ABC, on a

$$\overline{OI}^2 = R^2\left(1 - 8\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}\right),$$

$$OH^2 = R^2(1 - 8\cos A\cos B\cos C),$$

$$IH^2 = 4R^2\left(8\sin^2\frac{A}{2}\sin^2\frac{B}{2}\sin^2\frac{C}{2} - \cos A\cos B\cos C\right).$$

2° Si r est le rayon du cercle inscrit au triangle ABC, et R′ le rayon du cercle circonscrit au triangle formé par les tangentes en A, B, C, on a

$$OI^2 = R^2 - 2Rr \quad \text{(relation connue)},$$

$$OH^2 = R^2 - 2\frac{R^3}{R'},$$

$$IH^2 = 2r^2 - \frac{R^3}{R'}.$$

(L. Painvin.)

1149. Trois points l, m, n étant pris sur une conique, on construit par rapport à un point quelconque f les cercles adjoints aux trois systèmes de droites lm, ln; ml, mn; nl, nm (*), ainsi que le cercle orthogonal à ces trois cercles. Si l'on désigne par α, β les demi-axes principaux de la conique, par g le pied de la perpendiculaire abaissée du point f sur sa polaire,

$$\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}=\frac{I_f}{fg^2}\left(1-\frac{\pi_g}{\pi_f}\right),$$

π_g, π_f étant les puissances des points g, f par rapport au cercle orthogonal, I_f l'indice du point f par rapport à la conique.

Examen du cas où le point f coïncide avec le centre de la conique. (H. FAURE.)

1150. Trouver le lieu des points de contact des tangentes menées d'un point fixe aux hyperboles équilatères tangentes aux trois côtés d'un triangle donné.

(A. ROUSSET.)

1151. Deux sommets A, B d'un triangle ABC sont supposés fixes; le troisième sommet C se déplace dans le plan du triangle, de façon que le pied de la bissectrice de l'angle A décrit une droite donnée; trouver le lieu géométrique du sommet C. (HARKEMA.)

1152. Deux surfaces gauches données S_1 et S_2 ont une génératrice commune A. Déterminer leurs points de contact sur A.

S_1 restant fixe, on donne à S_2 un double mouvement de translation parallèlement à A et de rotation autour de cette droite : quelle sera la position des points de contact au bout d'un temps donné t? (ED. DEWULF.)

(*) Pour la définition du cercle adjoint, *voir* 2e série, t. XI, p. 444.