Concours d'agrégation des sciences mathématiques de 1873

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 13 (1874), p. 34-38
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1874_2_13__34_1>

CONCOURS D'AGREGATION DES SCIENCES MATHÉMATIQUES DE 1873.

1re SÉRIE D'ÉPREUVES. — ADMISSIBILITÉ.

Mathématiques spéciales.

On donne un hyperboloïde à une nappe, sur lequel on prend une génératrice déterminée G. En un point quelconque de cette génératrice, on mène la normale à la surface; on suppose que cette normale, considérée comme rayon incident, se réfléchit, suivant la loi connue, sur le plan de l'ellipse de gorge. On demande : 1° la surface engendrée par le rayon réfléchi, lorsque le point P se déplace sur la génératrice G; 2° l'enveloppe des sphères ayant pour centre le point d'incidence et pour rayon la distance du point d'incidence au point P.

Mathématiques élémentaires et Mécanique.

1° On considère les cercles exinscrits à un triangle ABC, et l'on joint les points de contact de chacun de ces cercles avec les deux côtés qui ont été prolongés; on forme ainsi un nouveau triangle A′B′C′. On demande : 1° d'évaluer les angles du triangle A′B′C′; 2° de démontrer que les droites AA′, BB′, CC′ sont les hauteurs du triangle ABC; 3° de déterminer le centre et le rayon du cercle circonscrit au triangle A′B′C′.

2° Un point matériel M, assujetti à demeurer sur une sphère donnée, est attiré, proportionnellement à la distance, par des centres fixes et donnés d'une manière quelconque dans l'espace. On demande : 1° la position d'équilibre du point M; 2° le lieu des positions de ce point pour lesquelles la composante normale de la résultante des attractions aurait une attraction constante et donnée (on négligera le poids du point M).

Question d'Histoire et de Methode.

Des divers systèmes de coordonnées d'un point en Géométrie plane; leur origine et leur rôle.

2^e^ SÉRIE D'ÉPREUVES. — LEÇONS TIRÉES AU SORT.

Mathématiques élémentaires.

1. Extraction de la racine carrée des nombres.
2. Première leçon de Trigonométrie.

3. Surface et volume de la sphère et des parties de la sphère.

4. Plus courte distance de deux droites (Descriptive).

5. Mesure du temps.

6. Calcul du nombre π.

7. Intersection et contact des cercles; questions qui s'y rattachent.

8. Réduction des fractions ordinaires en fractions décimales; fractions périodiques.

9. Multiplication et division abrégées; applications.

10. Changement de plans de projection; rotations....; applications.

11. Première leçon sur la mesure des volumes.

12. Mouvement réel et apparent des planètes.

13. Résolution et discussion d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues.

14. Éclipses; occultations; passages.

15. Pénétration de polyèdres (Descriptive).

16. Variations de l'expression $\frac{ax^2+bx+c}{a'x^2+b'x+c'}$.

17. Division des nombres entiers.

18. Calcul des tables trigonométriques.

Mathématiques spéciales.

1. Des divers procédés employés pour la séparation des racines d'une équation.

2. Génératrices rectilignes des surfaces du second ordre.

3. Théorie des asymptotes.

4. Méthode d'approximation de Newton.

5. Des plans diamétraux.

6. De la convergence des séries.

7. Résolution de l'équation du troisième degré.

8. Règle des signes de Descartes.

9. Formule de Moivre; polygones réguliers.

10. Génération des surfaces : cylindres, cônes, etc.

11. Tangentes, points multiples, dans les courbes algébriques.

12. Foyers dans les coniques.

13. Plans tangents communs à deux cônes de révolution ayant même sommet.

14. Théorie des racines égales.

15. Déterminer l'espèce d'une surface du second ordre d'après la nature des racines de l'équation en s.

16. Plans polaires d'un point; application aux surfaces du second ordre.

17. Distance d'un point à une droite; distance de deux droites; volume d'un tétraèdre.

18. Sections circulaires dans les surfaces du second ordre; génération.

3e SÉRIE D'ÉPREUVES. — COMPOSITION ÉCRITE.

Sur les matières de la Licence ès Sciences mathématiques.

1° Déterminer les trajectoires orthogonales des génératrices rectilignes d'un paraboloïde hyperbolique quelconque. On examinera en particulier le cas où le paraboloïde est équilatère.

2° Une circonférence homogène de masse totale m peut tourner autour d'un diamètre horizontal AA' comme charnière. Cette charnière fait corps en son milieu avec un axe vertical BB', autour duquel le système tourne avec une vitesse constante et donnée. Par suite de cette rotation, l'anneau tend à se placer dans un plan horizontal; mais cette tendance est combattue par l'action de la pesanteur sur une masse additionnelle M fixée à l'extrémité C du diamètre perpendiculaire à la charnière. On propose : 1° de déterminer la position angulaire pour laquelle l'anneau resterait en repos relatif; 2° de trouver et de discuter pour une époque quelconque l'expression de la vitesse angulaire de l'anneau autour de la charnière.

Géométrie descriptive.

Un miroir, qui a la forme d'un cône de révolution, étant posé par sa base sur le plan horizontal, on demande quelles lignes il faut tracer sur ce plan pour que, en plaçant l'œil en un point déterminé sur l'axe du cône, on aperçoive dans le miroir une image donnée.

Le demi-angle au sommet du cône est de 45 degrés; sa base est un cercle de 3 centimètres de rayon, dont le centre est à 4 centimètres de la ligne de terre. L'image qu'on veut obtenir se compose :

1° D'une circonférence ayant pour diamètre le rayon de la base du cône perpendiculaire à la ligne de terre et aboutissant au point de la base le plus éloigné de cette ligne;

2° Des deux diamètres de cette circonférence qui font avec la ligne de terre des angles de 45 degrés.

On suppose l'œil placé dans l'axe du cône à 6 centimètres au-dessus du plan horizontal.

On joindra à l'épure une explication sommaire de la méthode employée.

Calcul.

Calculer toutes les racines, réelles et imaginaires, de l'équation

$$6x^6 - 19x^5 - 32x^4 + 170x^3 - 138x^2 - 96x + 120 = 0.$$