G. BELLAVITIS

Exposition de la méthode des équipollences

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 12 (1873), p. 97-113

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1873_2_12__97_0>

EXPOSITION DE LA MÉTHODE DES ÉQUIPOLLENCES;

PAR M. G. BELLAVITIS.

(Traduit de l'italien par M. LAISANT, capitaine du Génie.)

AVANT-PROPOS.

Dans mon Mémoire sur la classification des courbes du troisième ordre (*), je m'étais proposé d'exposer, ailleurs et avec plus de détails, une *Méthode de Géométrie analytique,* imaginée par moi depuis déjà vingt ans (**), et appelée d'abord *Méthode des équations géométriques,* désignation qu'ensuite je changeai pour lui substituer celle plus laconique d'*équipollences.*

Les principaux écrits où j'ai traité de cette méthode sont :

L'*Essai,* publié en 1835 dans le troisième volume des *Annales des Sciences du royaume Lombard-Vénitien;*

La *Méthode* (1837), dans le tome VII du même Recueil périodique;

Les *Solutions graphiques* (1843), dans le premier volume des *Mémoires de l'Institut impérial et royal de Venise.*

Soit parce que je me suis toujours astreint à une extrême concision, indiquant un grand nombre d'applications géométriques et mécaniques avant de m'être suffisamment étendu; soit parce que, dans une science aussi vaste que la Géométrie, les savants reculent à consacrer un peu de temps à l'étude d'une nouvelle méthode, et

(*) *Mémoires de la Société italienne des Sciences de Modène,* t. XXV, p. 1.
(**) La présente *Exposition* a été publiée en 1854.

préfèrent conserver celle qu'ils connaissent, et qui peut les conduire aux mêmes résultats; soit pour toute autre raison, les géomètres ne prêtèrent point attention à la méthode proposée par moi, ni aux solutions d'une incontestable simplicité que j'en ai déduites dans les écrits cités ci-dessus et dans quelques autres.

Néanmoins, plusieurs des principes établis par moi tendent de plus en plus à être adoptés : M. de Saint-Venant montre les avantages que présente la considération des *quantités géométriques ;* ses *sommes géométriques* sont précisément celles auxquelles, de mon côté, je donnai d'abord le même nom, mais que j'appelai ensuite *composées-équipollentes ;* et M. Cauchy a fait remarquer, à plusieurs reprises, toute la valeur de la théorie de M. de Saint-Venant. Je crois donc qu'il n'est pas inopportun de revenir encore une fois sur la méthode des équipollences, en l'exposant avec la plus grande clarté possible.

Cette méthode donne satisfaction au désir exprimé par Carnot, de trouver un algorithme qui représente à la fois la grandeur et la position des diverses parties d'une figure; il en résulte directement des solutions graphiques, élégantes et simples, des problèmes de Géométrie. La méthode des équipollences comprend, comme cas particuliers, celles des coordonnées parallèles ou polaires, le calcul barycentrique, etc.; les problèmes relatifs aux courbes y sont résolus d'une manière générale, sans préférence accordée à un mode de représentation plutôt qu'à un autre; les calculs en sont plus rapides que ceux de la Géométrie analytique, et les résultats se trouvent exprimés sous une forme plus simple.

La distinction des parties positives et négatives est essentielle dans la méthode des équipollences; en sorte que la *corrélation* des figures est une conséquence nécessaire de l'algorithme, sans qu'il soit besoin d'aucune remarque spéciale, ce qui enlève toute cause d'erreur. Le lecteur auquel les principes de la *Géométrie de position* sont familiers me suivra sans peine dans le petit nombre des conventions sur lesquelles s'appuie la méthode; peut-être arrivera-t-il à rendre celle-ci encore plus conforme aux procédés ordinaires; mais je n'ai pas jugé utile de sacrifier la concision des formules à une plus grande facilité. Les conventions seront aisées à retenir de mémoire; car elles sont conformes, les unes aux règles ordinaires relatives aux quantités positives et négatives, les autres à la composition bien connue des forces.

Les équipollences expriment des relations entre des droites considérées, non-seulement quant à leurs grandeurs, mais aussi quant à leurs directions (ou inclinaisons); en sorte qu'elles diffèrent essentiellement des équations, qui expriment seulement des relations entre quantités réelles. Néanmoins, le calcul des équipollences suit précisément les mêmes règles que le calcul des équations, ce qui offre un grand avantage.

L'étendue et les progrès de la Géométrie sont tels, que, plutôt que de se refuser à toute étude des nouvelles méthodes, il faudra peut-être avant peu tenir compte seulement des méthodes générales, afin d'avoir en sa possession un plus grand nombre de moyens pour arriver à la connaissance des vérités dont on a besoin. Il est effectivement impossible désormais d'avoir présentes à l'esprit toutes les vérités qui viennent à être découvertes.

PREMIÈRE PARTIE.

PRINCIPES DE LA MÉTHODE DES ÉQUIPOLLENCES.

Définitions et notations préliminaires.

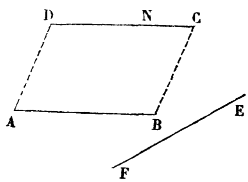
1. Nous nous proposons d'exprimer les relations de grandeur et de position qui ont lieu entre les droites d'une figure, de manière à pouvoir en déduire celles qui constituent un théorème de Géométrie, ou servent à la résolution d'un problème. Si, dans l'équipollence exprimant la condition d'un problème, figure un seul point inconnu, l'équipollence se résoudra par rapport à ce point, d'après les mêmes règles que celles qui régissent la résolution des équations, et la formule finale indiquera, sans qu'il soit besoin d'aucune considération géométrique, quelle est la construction graphique que l'on doit faire pour obtenir la solution désirée, laquelle sera presque toujours l'une des plus simples que l'on pourrait trouver en employant les considérations artificielles et indirectes de la Géométrie dite *synthétique*.

2. Nous indiquerons une droite, comme d'habitude, au moyen des deux lettres qui marquent ses extrémités; toutefois, on doit remarquer qu'on exprime ainsi, non-seulement la grandeur de la droite, mais bien sa grandeur et sa direction à la fois. C'est pourquoi, par exemple, il n'est pas permis de remplacer MQ par QM. Ces deux notations MQ, QM indiquent bien une même droite, mais prise en sens opposés. La confusion de l'une avec l'autre serait pareille à celle d'une quantité positive avec une quantité négative d'égale valeur; nous verrons, en effet, que MQ est identique avec — QM, et — MQ avec

QM. Cette convention est souvent admise dans la Géométrie moderne.

3. Pour qu'une droite puisse être substituée à une autre, il ne suffit pas qu'elle lui soit égale (c'est-à-dire d'égale grandeur); mais il faut en outre que ces deux droites soient parallèles et dirigées dans le même sens. Deux droites qui ont de telles relations sont dites *équipollentes;* et, dans le calcul des équipollences, on peut toujours substituer à une droite une autre qui lui soit équipollente. Ainsi la droite AB (*fig.* 1) est équipollente

Fig. 1.



à DC, et est seulement égale à EF; ce qu'on distingue au moyen de deux signes différents, en écrivant

$$\mathrm{AB} \mathrel{\underline{\bumpeq}} \mathrm{DC}$$

et

$$\mathrm{AB} = \mathrm{EF}.$$

D'après cela, il pourrait se produire quelque confusion en employant, dans un même calcul, des équipollences telles que $\mathrm{AB} \mathrel{\underline{\bumpeq}} \mathrm{DC}$, et de simples égalités telles que $\mathrm{AB} = \mathrm{EF}$; aussi, pour indiquer la grandeur d'une droite indépendamment de son inclinaison, se servira-t-on de la caractéristique gr.. Par exemple

$$\mathrm{gr.AB} = \mathrm{gr.EF}$$

indiquera que les longueurs de ces droites sont égales. Au sujet de ces longueurs de droites, et en général au sujet des grandeurs exprimées, à la manière de l'Algèbre, au moyen de lettres (ordinairement en petits caractères italiques), on peut remarquer qu'il n'y a aucun inconvénient à employer, dans un même calcul, des équations relatives aux grandeurs et des équipollences relatives aux droites.

4. Une droite est dite *équipollente* à une autre, multipliée par un nombre positif, quand ces deux droites ont entre elles ce nombre pour rapport, et qu'elles sont en outre parallèles et dirigées dans le même sens. Ainsi l'on dira que DN est équipollente à AB, multipliée par le nombre positif n, et l'on écrira

$$\mathrm{DN} \triangleq n\,\mathrm{AB},$$

lorsque $\mathrm{gr.DN} = n\,\mathrm{gr.AB}$; et qu'en outre DN, AB sont parallèles et dirigées dans le même sens. Si le multiplicateur donné est un nombre négatif, les droites auront bien entre elles le rapport fixé par la valeur de ce nombre, et seront parallèles, mais dirigées en sens contraires.

Si, par exemple, on a

$$\mathrm{CN} \triangleq (n-1)\,\mathrm{AB},$$

et que le nombre $n-1$ soit négatif, les longueurs des droites CN, AB auront entre elles le rapport $(1-n):1$, et en outre CN sera parallèle à AB et dirigée en sens contraire. De même, en employant NC, qui a une direction opposée à CN, nous pourrons écrire

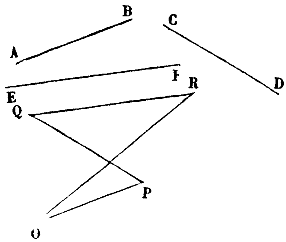
$$\mathrm{NC} \triangleq (1-n)\,\mathrm{AB},$$

$(1-n)$ étant un coefficient numérique positif. En général, on peut substituer à une droite quelconque CN la droite opposée NC, pourvu qu'en même temps on change le signe de son coefficient.

Sommes géométriques. — Équipollences polynômes.

5. D'après ce qui précède, se trouve définie la signification d'une équipollence à deux termes seulement, dont chacun renferme une seule droite. Voyons maintenant comment on réunit ensemble plusieurs droites, en tenant compte de leurs grandeurs et de leurs directions; au résultat de cette opération, nous donnerons le nom de *somme géométrique* ou de *composée-équipollente* (*). Pour mieux fixer les idées, imaginons qu'un voyageur parcoure une ligne brisée OPQR (*fig.* 2); le chemin

Fig. 2.



effectif et utile qu'il aura fait ainsi ne sera point égal à la longueur de la ligne brisée, mais équivaudra à la droite OR, par laquelle il serait également parvenu de O en R; nous appellerons cette droite OR la *somme géométrique* de toutes les droites qui constituent la ligne brisée.

Nous savons qu'en Mécanique une telle *somme géo-*

(*) Le nom plus simple de *somme géométrique* sera celui que nous emploierons en general; mais il est bon que le lecteur sache que la dénomination de *composée-équipollente*, s'il venait à la rencontrer, possède exactement la même signification.

métrique exprime la résultante des forces appliquées au point O, et respectivement équipollentes (c'est-à-dire égales, parallèles et dirigées dans le même sens) avec OP, PQ, QR.

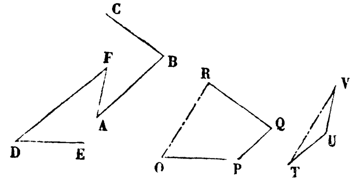
6. Pour construire la somme géométrique des droites AB, DC, EF, on mènera, par un point O quelconque, la droite OP équipollente à AB; puis à la suite PQ équipollente à DC, et QR équipollente à EF; OR sera la somme géométrique cherchée.

Il est facile de démontrer que, dans quelque ordre que l'on dispose les unes à la suite des autres les droites équipollentes aux droites données, on obtiendra toujours la même droite OR. En prenant autrement le point arbitraire O, on trouvera, pour somme géométrique, une autre droite, qui sera toujours équipollente à OR.

Si les droites étaient toutes parallèles, leur somme géométrique ne serait autre que leur somme algébrique, obtenue en tenant compte des signes.

7. Ceci bien compris, il sera très-facile d'interpréter

Fig. 3.



et de construire une équipollence polynôme. Soit, par exemple (*fig.* 3),

$$DE + \tfrac{1}{2}AB - CB \triangleq \tfrac{1}{3}DF - nAF.$$

Si l'on mène OP équipollente à DE, puis à la suite

$PQ \bumpeq \frac{1}{2} AB$ (selon la signification du n° 4), et encore à la suite $QR \bumpeq -CB \bumpeq BC$, on obtiendra ainsi la composée OR, laquelle sera équipollente à la composée TV, obtenue en menant, par un point quelconque T, la droite $TU \bumpeq \frac{1}{3} DF$, et à la suite $UV \bumpeq -n\,AF$, n étant un nombre donné, qui, dans le cas de la *fig.* 3, est nécessairement négatif.

8. On peut changer la disposition des termes d'une équipollence; on peut aussi faire passer un terme d'un membre dans l'autre, pourvu que, selon la règle établie pour les équations, on change le signe; l'équipollence demeure ainsi exacte. Par exemple, l'équipollence précédente peut s'écrire

$$\frac{1}{2} AB + BC + DE + n\,AF - \frac{1}{3} DF \bumpeq 0,$$

c'est-à-dire qu'en construisant la somme géométrique des cinq termes du premier membre on trouve un polygone fermé au lieu d'une ligne brisée.

Nous pouvons aussi multiplier tous les termes d'une équipollence par un même nombre, sans en altérer l'exactitude. Cela résulte de la proportionnalité de deux figures homothétiques, c'est-à-dire dont les côtés sont respectivement parallèles.

En un mot, nous pouvons exécuter, sur les équipollences, des opérations précisément analogues à celles qu'on pratique sur les équations algébriques, et qui dépendent de l'addition ou de la soustraction, et aussi de la multiplication et de la division *par des nombres*.

9. Remarquons incidemment que si, dans l'équipollence des deux numéros précédents, nous supposons inconnue la droite AF, quand bien même nous ne connaîtrions pas n, l'équipollence servirait néanmoins à in-

diquer la direction de AF, qui est parallèle à UV, TV étant équipollente à OR. Nous verrons toujours que, tandis qu'une équation sert à déterminer une seule quantité, une équipollence en détermine deux; et, en effet, lorsqu'elle détermine une seule droite, cela revient encore à déterminer deux quantités, savoir : la longueur de cette droite et son inclinaison.

Règles relatives aux grandeurs et aux inclinaisons.

10. La composition ou somme des droites, établie précédemment, nous montre évidemment que, dans le calcul des équipollences, on a la proposition suivante :

Règle I. — *Quels que soient les trois points* A, B, C, *on a toujours*

$$AB + BC \bumpeq AC. \tag{1}$$

Cette équipollence peut indifféremment prendre les formes

$$BC \bumpeq AC - AB, \tag{2}$$

$$AB \bumpeq AC - BC, \tag{3}$$

$$AB + BC + CA \bumpeq 0. \tag{4}$$

Cette règle peut paraître une conséquence tellement immédiate des définitions, qu'elle ne valait pas la peine d'être énoncée à part; mais elle est d'un continuel usage pour substituer une droite à d'autres; il convient donc de se la rendre familière.

Nous y joindrons une règle pour distinguer d'un coup d'œil quelles sont les équipollences identiques par elles-mêmes, de manière qu'on puisse s'assurer de leur exactitude sans aucun effort d'esprit, et sans regarder le moins du monde la figure.

11. En vertu de la règle précédente (3), nous pouvons substituer à une droite MN quelconque le binôme MZ — NZ, Z étant un point complétement arbitraire. Si, en faisant, pour chacune des droites, une substitution analogue, il en résulte une expression identique, il en sera de même aussi de l'équipollence qui a servi de point de départ. Ainsi, par exemple,

$$BC \triangleq AC - AB$$

est une équipollence identique, parce que la suivante l'est elle-même :

$$BZ - CZ \triangleq AZ - CZ - (AZ - BZ).$$

Il en est de même de

$$AB + BC \triangleq AD - CD,$$

puisque

$$AZ - BZ + BZ - CZ \triangleq AZ - DZ - (CZ - DZ).$$

Mais si, au contraire, nous avions écrit par erreur $AB + CB \triangleq AC$, nous reconnaîtrions la faute, en remarquant que $AZ - BZ + CZ - BZ$ n'est pas identique avec $AZ - CZ$.

12. Il nous reste à établir la signification des équipollences qui contiennent des produits ou des quotients de droites multipliées ou divisées entre elles. Dans ce but, il est nécessaire de se restreindre à la considération des figures situées dans un même plan; *tandis que tout ce que nous avons dit jusqu'à présent s'étend aussi à l'espace.*

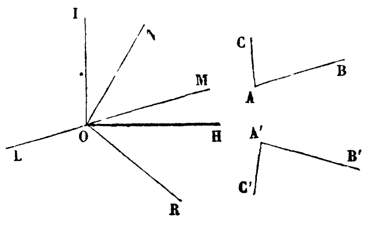
13. Établissons tout d'abord une convention qui rendra le langage plus rapide. Dans toute droite, nous ob-

servons deux choses : la *longueur* et la *direction*; pour calculer les *longueurs*, les géomètres anciens considéraient toujours les *rapports* entre deux droites; les modernes trouvèrent plus commode de considérer les grandeurs d'une manière absolue, en les comparant à une *unité de mesure* choisie arbitrairement; d'après cela, le *rapport* de deux droites résulte de la *division* de leurs *grandeurs*.

Par analogie, tandis que, jusqu'à présent, pour calculer les *directions* des droites, on a considéré les angles compris entre deux droites, nous trouvons plus commode, au lieu de cela, de considérer les *inclinaisons* des droites d'une manière absolue, par comparaison avec une droite choisie arbitrairement pour *origine des inclinaisons;* d'après quoi l'*angle* de deux droites sera la *différence* de leurs *inclinaisons*. Nous désignerons l'inclinaison d'une droite par la caractéristique inc., comme déjà (3) nous avons désigné la grandeur par gr.

14. Prenons pour origine des inclinaisons (*fig.* 4) la droite OH (que, pour fixer les idées, nous supposerons

Fig. 4.



horizontale et dirigée de gauche à droite); nous appellerons *inclinaisons* de la droite OM l'angle HOM qu'elle forme avec OH, en observant que les inclinaisons positives sont prises à droite et au-dessus (*), c'est-à-dire dans le sens HMIL, et que les inclinaisons prises dans le sens opposé HRL sont regardées comme négatives. D'après cela, comptant les inclinaisons de o à 360 degrés, l'inclinaison de la droite OR, par exemple, peut être considérée comme étant de -40 degrés ou de 320 degrés, c'est-à-dire qu'une différence de 360 degrés ne change pas l'inclinaison.

L'angle MON est égal à l'inclinaison de ON, moins l'inclinaison de OM :

$$\text{angle}\,MON = \text{inc.}\,ON - \text{inc.}\,OM.$$

On convient aussi que les angles positifs doivent se prendre dans le sens HMNI, et que tout angle se compte de la première à la troisième lettre. Ainsi l'angle NOM est négatif, parce qu'il est égal à inc. OM — inc. ON.

15. L'inclinaison de la droite AB est la même que celle de la droite OM, parallèle et dirigée dans le même sens. L'inclinaison de BA est la même que celle de OL, prolongement de MO. Ainsi

$$\text{(1)} \qquad \text{inc.}\,BA = \text{inc.}\,AB \pm 180^\circ.$$

On affecte 180 degrés du double signe, parce que, ainsi qu'on l'a dit, une différence d'inclinaison de 360 degrés ne produit aucun effet. Rappelons qu'en outre de (1) nous avons

$$\text{(2)} \qquad \text{angle}\,BAC = \text{inc.}\,AC - \text{inc.}\,AB,$$

(*) M. Bellavitis a changé depuis la convention sur le signe des inclinaisons. Nous conservons ici la première, comme plus conforme à celle habituellement admise pour les coordonnées polaires.

et aussi, en vertu de (1),

$$(3) \qquad \text{angle BAC} = \text{inc. CA} - \text{inc. BA}.$$

16. Nous avons vu ce qu'on doit entendre par une droite équipollente à la somme géométrique de deux ou plusieurs droites. Définissons maintenant ce qu'est une droite équipollente à un monôme formé par la multiplication ou la division du plusieurs droites. Si l'on a

$$(1) \qquad \text{GH} \triangleq \frac{\text{AB.CD}}{\text{EF}},$$

la droite GH non-seulement doit avoir la grandeur exprimée par l'équation

$$(2) \qquad \text{gr.GH} = \frac{\text{gr.AB}\,\text{gr.CD}}{\text{gr.EF}},$$

mais, en outre, son inclinaison doit être

$$(3) \qquad \text{inc.GH} = \text{inc.AB} + \text{inc.CD} - \text{inc.EF}.$$

Réciproquement, si les relations (2) et (3) existent simultanément, l'équipollence (1) aura lieu. De même, l'équipollence

$$(4) \qquad \text{OP} \triangleq \frac{\text{GH.IL}}{\text{MN}}$$

signifie

$$(5) \qquad \text{gr.OP} = \frac{\text{gr.GH}\,\text{gr.IL}}{\text{gr.MN}},$$

et

$$(6) \qquad \text{inc.OP} = \text{inc.GH} + \text{inc.IL} - \text{inc.MN}.$$

En substituant dans (4), (5), (6) les valeurs (1), (2), (3), nous verrons que l'équipollence

$$(7) \qquad \text{OP} \triangleq \frac{\text{AB.CD.IL}}{\text{EF.MN}}$$

comprend les deux conditions

$$\text{(8)} \qquad \mathrm{gr.OP} = \frac{\mathrm{gr.AB\,gr.CD\,gr.IL}}{\mathrm{gr.EF\,gr.MN}},$$

$$\text{(9)} \quad \mathrm{inc.OP} = \mathrm{inc.AB} + \mathrm{inc.CD} + \mathrm{inc.IL} - \mathrm{inc.EF} - \mathrm{inc.MN}.$$

Il est bon d'observer que de (7) on déduit (8), en changeant l'équipollence en équation relative aux grandeurs, et (9) en opérant comme si l'on voulait prendre les logarithmes, mais en écrivant inc. au lieu de log. Ces deux règles serviront, d'une manière semblable, à interpréter une équipollence binôme quelconque.

L'équipollence (1) peut aussi s'écrire sous la forme

$$\mathrm{AB.CD} \;\text{≏}\; \mathrm{EF.GH},$$

et exprime encore les deux conditions

$$\mathrm{gr.AB\,gr.CD} = \mathrm{gr.EF\,gr.GH},$$

$$\mathrm{inc.AB} + \mathrm{inc.CD} = \mathrm{inc.EF} + \mathrm{inc.GH}.$$

Si les membres de l'équipollence sont affectés de coefficients numériques, et qu'on ait, par exemple,

$$\text{(10)} \qquad \mathrm{QR} \;\text{≏}\; \frac{n\,\mathrm{AB.CD}}{\mathrm{EF}},$$

n étant positif, nous aurons, en vertu de la relation (1),

$$\mathrm{QR} \;\text{≏}\; n\,\mathrm{GH},$$

formule à laquelle nous devrons donner la signification déjà établie au n° 4. Ainsi (10) exprimera que

$$\mathrm{gr.QR} = n\,\mathrm{gr.GH} = \frac{n\,\mathrm{gr.AB\,gr.CD}}{\mathrm{gr.EF}}$$

et que

$$\mathrm{inc.QR} = \mathrm{inc.GH} = \mathrm{inc.AB} + \mathrm{inc.CD} - \mathrm{inc.EF}.$$

On voit que la condition relative aux inclinaisons est indépendante des coefficients numériques positifs. Nous avons déjà dit (4) qu'un coefficient négatif entraîne une différence d'inclinaison de 180 degrés.

17. De ce que nous venons d'établir sur les équipollences binômes, et auparavant (7) sur les équipollences polynômes dont chaque terme contient une seule droite, résulte l'interprétation de toute équipollence homogène, dans laquelle les droites sont combinées entre elles au moyen des signes de l'addition, de la soustraction, de la multiplication, de la division, et aussi des signes de l'élévation aux puissances et de l'extraction des racines à indices numériques, ces deux dernières opérations se déduisant des deux précédentes à la manière accoutumée. Si, par exemple, on a l'équipollence (*)

$$\mathrm{AB}.\mathrm{CD} : \mathrm{EF} + n\mathrm{CD}^2 : \mathrm{AB} - 2\mathrm{FG} \bumpeq 0,$$

que l'on construise (16) une droite LM telle, que $\mathrm{LM} \bumpeq \mathrm{AB}.\mathrm{CD} : \mathrm{EF}$, et si, en outre, $\mathrm{MN} \bumpeq n\mathrm{CD}^2 : \mathrm{AB}$, l'équipollence proposée se réduira à

$$\mathrm{LM} + \mathrm{MN} - 2\mathrm{FG} \bumpeq 0$$

et exprimera que la somme géométrique des droites LM, MN, c'est-à-dire LN (10), est équipollente à 2FG.

18. En transportant, par la pensée, des équations aux équipollences tout ce système des significations spéciales attribuées aux signes $\bumpeq$, $+$, $-$, $:$, etc., on se convaincra aisément de cette vérité très-utile :

(*) Pour la commodité typographique, nous adoptons deux points : comme signe de la division, ce signe embrassant toutes les quantités qui suivent, jusqu'au premier + ou —.

Principe fondamental. — *On peut faire sur les équipollences relatives aux figures planes toutes les opérations et transformations qui sont légitimes pour les équations algébriques, et les équipollences qui en résultent sont toujours exactes.*

Si, par exemple, on multiplie une équipollence par PQ : RS, c'est la même chose que si l'on multipliait tous les termes par le rapport numérique gr.PQ : gr.RS et si l'on augmentait leur inclinaison de inc.PQ — inc.RS; en sorte que le polygone exprimé par l'équipollence se changera en un autre semblable, qui aurait tourné d'un angle égal à inc.PQ — inc.RS; si bien que l'on conservera toujours un polygone fermé.

(*A suivre.*)