NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 12 (1873), p. 570-572

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1873_2_12__570_1>

CORRESPONDANCE.

Extrait d'une lettre de M. John Casey, à Tivoli (Nord), Kingstown. — Dans la Note de M. Laguerre, relative à un article de M. Cayley, dans le numéro de juillet 1870 des *Nouvelles Annales de Mathématiques*, se trouve le passage suivant : « M. Cayley, dans la Note qui précède, attribue à M. Casey l'élégant théorème qui permet de construire la courbe de pénombre comme l'enveloppe d'une série de cercles : j'ignore dans quel Mémoire et à quelle époque M. Casey a énoncé cette propriété. »

Afin de fixer M. Laguerre à ce sujet, je viens lui faire connaître que ce théorème est l'une des bases de mon Mémoire sur les *Courbes biquadratiques*, publié dans le tome XXIV des *Comptes rendus de l'Académie royale d'Irlande*, p. 457-569. Ce Mémoire fut rédigé en 1866 et lu devant ladite Académie le 10 février 1867. Le théorème fondamental fut découvert en 1865, et je l'avais considéré comme un théorème isolé. Je ne le croyais certainement pas d'une aussi grande importance; je m'étais trompé, car je le reconnus très-fertile par ses conséquences, et j'en fis la base d'une nouvelle méthode de recherches géométriques. Cette méthode est appliquée dans mon Mémoire sur les *Courbes biquadratiques* et a été très-favorablement accueillie par les mathématiciens.

J'ajoute, en terminant, qu'avant ce numéro des *Nouvelles Annales* je n'avais vu aucun mathématicien réclamer la priorité de ma découverte et que sa publication n'avait pas soulevé la moindre réclamation d'aucun autre auteur.

Extrait d'une lettre de M. Bourguet, à Nantes. — A propos de la question 1049, M. Doucet semble croire que les équations de deux tangentes à une courbe rectangulaire doivent avoir nécessairement la forme

$$y = px + f(p), \quad y = -\frac{1}{p}x + f\left(-\frac{1}{p}\right).$$

Il n'en est rien, et cette hypothèse conduit à un résultat faux. Pour qu'une droite $y = px + q$ soit tangente à une courbe, il faut que p et q satisfassent à une certaine relation

$$F(p, q) = 0.$$

Soient

$$q = f(p) \quad \text{et} \quad q = f_1(p)$$

deux racines de cette équation en q; il est clair que, si les deux tangentes

$$y = px + f(p) \quad \text{et} \quad y = -\frac{1}{p}x + f_1\left(-\frac{1}{p}\right)$$

se coupent, pour toutes les valeurs de p, sur une circonférence fixe, la courbe jouira de la propriété énoncée par la question et ne satisfera pas à la condition trouvée par M. Doucet.

Il me semble que la solution la plus générale de la question est celle-ci :

Soient

$$(y-\beta)^2 + m(x-\alpha)(y-\beta) - (x-\alpha)^2 = 0$$

deux droites rectangulaires se coupant au point (α, β); α, β, m étant trois paramètres arbitraires, satisfaisant aux relations

$$\alpha^2 + \beta^2 - R^2 = 0, \quad F(\alpha, \beta, m) = 0,$$

F désignant une relation arbitraire. Dans ces conditions, l'enveloppe des deux droites jouira de la propriété énoncée par la question. Lorsque F sera donné, on obtiendra la courbe correspondante en éliminant α, β, m entre les quatre équations

$$(y-\beta)^2 + m(x-\alpha)(y-\beta) - (x-\alpha)^2 = 0,$$
$$\alpha^2 + \beta^2 - R^2 = 0, \quad F(\alpha, \beta, m) = 0,$$
$$\begin{vmatrix} 2(y-\beta)+m(x-\alpha) & -2(x-\alpha)+m(y-\beta) & (x-\alpha)(y-\beta) \\ \beta & \alpha & 0 \\ F'_\beta & F'_\alpha & F'_m \end{vmatrix} = 0.$$