NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

DÉSIRÉ ANDRÉ

Théorème d'arithmologie

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 12 (1873), p. 521-522

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1873_2_12__521_1>

THÉORÈME D'ARITHMOLOGIE;

PAR M. DÉSIRÉ ANDRÉ.

1. THÉORÈME. — *Les nombres* A, B, α, β, *étant des entiers supérieurs à zéro, si la somme*

$$A^\alpha + B^\beta$$

est un nombre premier, le plus grand commun diviseur des nombres α *et* β *est l'unité ou une puissance de* 2.

En effet, s'il n'en était point ainsi, ce plus grand commun diviseur admettrait un facteur impair k, supérieur à l'unité; on aurait

$$\alpha = k\alpha',$$
$$\beta = k\beta'.$$

La somme considérée pourrait s'écrire

$$(A^{\alpha'})^k + (B^{\beta'})^k;$$

sous cette forme, on voit immédiatement qu'elle serait divisible par

$$A^{\alpha'} + B^{\beta'};$$

elle ne pourrait donc être un nombre premier.

2. Corollaire. — *Si la somme*

$$A^\alpha + 1$$

est un nombre premier, α est égal à l'unité ou à une puissance de 2.

En effet, cette nouvelle somme peut s'écrire

$$A^\alpha + 1^\alpha,$$

et α est alors le plus grand commun diviseur considéré dans le théorème précédent.

3. *Remarque.* — Ce corollaire est connu depuis longtemps; mais le théorème qui précède me semble nouveau.