Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 12 (1873), p. 436-437

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1873_2_12__436_0>

CORRESPONDANCE.

Extrait d'une Lettre de M. L. Saltel. — Soit

$$\begin{aligned} AX^2 + A'Y^2 + A''Z^2 + 2BYZ + 2B'ZX + 2B''XY \\ + 2CX + C'Y + 2C''Z + D = 0 \end{aligned}$$

l'équation la plus générale des surfaces du second ordre rapportée à des axes coordonnés rectangulaires.

Considérons les trois groupes (α), (β), (γ) de deux équations,

$$(\alpha)\quad \begin{vmatrix} A-S & B'' & C+Sx \\ B'' & A' & C'+Sy \\ B' & B & C''+Sz \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} A-S & B'' & C+Sx \\ B'' & A'-S & C'+Sy \\ C+Sx & C'+Sy & D-S(x^2+y^2+z^2) \end{vmatrix} = 0;$$

$$(\beta)\quad \begin{vmatrix} A'-S & B & C'+Sy \\ B & A'' & C''+Sz \\ B'' & B' & C+Sx \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} A'-S & B & C'+Sy \\ B & A''-S & C''+Sz \\ C'+Sy & C''+Sz & D-S(x^2+y+z^2 \end{vmatrix} = 0;$$

$$(\gamma)\quad \begin{vmatrix} A''-S & B' & C''+Sz \\ B' & A & C+Sx \\ B & B'' & C'+Sy \end{vmatrix} = 0, \quad \begin{vmatrix} A''-S & B' & C''+Sz \\ B' & A-S & C+Sx \\ C''+Sz & C+Sx & D-S(x^2+y^2+z^2) \end{vmatrix} = 0;$$

et donnons successivement à S les trois valeurs déterminées par l'équation

$$\begin{vmatrix} A-S & B'' & B' \\ B'' & A'-S & B \\ B' & B & A''-S \end{vmatrix} = 0.$$

Chacun de ces groupes représente les équations des *focales de la surface;* en outre, l'ensemble des deux plans des courbes de contact, correspondant au foyer

(x, y, z), est représenté par l'équation

$$
\begin{aligned}
&(A - S)X^2 + (A' - S)Y^2 + (A'' - S)Z^2 + 2BYZ \\
&\quad + 2B'ZX + 2B''XY + 2(C + Sx)X + 2(C + Sy)Y \\
&\qquad\qquad + 2(C + Sz)Z + D - S(x^2 + y^2 + z^2) = 0;
\end{aligned}
$$

et, conséquemment, la *directrice* correspondant à ce foyer est l'intersection des deux plans représentés par cette même équation.

Comme application, nous signalerons une série de problèmes qui conduisent à des calculs très-simples; nous les résumerons dans l'énoncé suivant :

Lieu des focales des surfaces du second ordre qui passent par un cercle donné et qui sont, en outre, assujetties à trois autres conditions données.

On considérera, par exemple, le cas où la surface est assujettie à avoir un foyer fixe donné (α, β, γ) et passant par un point donné; on examinera le cas où le foyer est dans le plan du cercle ou sur le cercle, c'est-à-dire si c'est un *ombilic*.