Nouvelles annales de mathématiques

Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 12 (1873), p. 285-288

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1873_2_12__285_1>

BIBLIOGRAPHIE.

ELEMENTI DI GEOMETRIA PROJETTIVA DI *Luigi Cremona*, t. I, texte et planches (184-XLIV). In-8; 1873. Prix : 3 fr. 50 c. (Pour la France, 4 fr., port compris.)

Ainsi que l'auteur le déclare dans sa Préface, cet Ouvrage n'a aucune prétention à l'originalité; les théorèmes, et souvent même leurs démonstrations et leur coordination en théories, appartiennent à d'autres Traités qu'il cite toujours consciencieusement. Le but de l'auteur a été seulement de faire un ouvrage *élémentaire*, un ouvrage accessible aux personnes qui n'ont étudié que les premiers livres de la Géométrie d'Euclide; un ouvrage enfin qui puisse servir de texte dans les écoles secondaires, même à des professeurs qui n'ont pas été élevés dans les doctrines de la science moderne. L'auteur a cherché en outre à allier l'étude des théories avec les constructions graphiques, et c'est pour cela qu'il a laissé prédominer les propriétés descriptives sur les propriétés métriques, sans toutefois négliger ces dernières. Dans ce sens, on peut dire que ses modèles ont dû être Poncelet, Staudt et Steiner, plutôt que Chasles et Möbius. Cet Ouvrage pourra donc servir à répandre rapidement, dans les écoles secondaires, la connaissance des méthodes modernes de la Géométrie, qui sont aussi nécessaires pour les spéculations abstraites que précieuses pour les applications techniques, ainsi que le prouve la *Statique graphique*. Et c'est précisément à cette diffusion et à ces applications que visent les nouveaux programmes de Mathématiques que le Ministère de l'Industrie du royaume d'Italie a introduits, en octobre 1871, dans les instituts secondaires qui dépendent de sa direction.

Ces prémisses expliquent l'ordre que l'auteur a suivi dans son

Ouvrage. Il commence par l'exposition des principes de la projection centrale et de la transformation homologique de Poncelet, et il en déduit la conception des éléments à distance infinie. Il définit, selon Steiner, les formes géométriques fondamentales et pose le principe de dualité comme principe absolu. Il adopte la définition de Zech pour la projectivité des formes, comme résultat de projections successives. D'après Staudt, il se sert de la propriété du quadrilatère complet pour définir les groupes harmoniques. Il introduit alors la théorie des rapports anharmoniques, et donne les constructions des formes projectives, en les faisant suivre de nombreux exercices.

Il établit la théorie de l'involution comme cas particulier de la projectivité de deux formes superposées. C'est à M. Chasles que l'auteur a emprunté le moyen très-simple de déduire la génération des coniques de la combinaison de deux formes projectives (*), et il en déduit les théorèmes de Pascal, de Brianchon, de Maclaurin, de Poncelet, de Desargues, etc., avec leurs nombreux corollaires et les constructions graphiques qui en découlent. L'auteur établit, d'après Bellavitis et Staudt, la conception des séries projectives de points sur une conique, et des propriétés de ces séries il déduit les constructions si élégantes et si simples données par Steiner pour les points doubles de deux divisions projectives (ou en involution) sur une droite. Puis viennent des applications très-nombreuses de la méthode que M. Chasles a nommée de *fausse position géométrique*, aux problèmes du second degré. L'auteur expose ensuite la théorie des pôles, des points réciproques et des triangles conjugués, et, comme cas particulier, celle du centre et des diamètres. Après un court chapitre sur les figures polaires réciproques, il donne un grand nombre de théorèmes et de problèmes, pour la majeure partie traités, quelques-uns seulement proposés comme exercices : parmi lesquels le théorème de Carnot, les propriétés de

(*) Par une méprise qui est intervenue dans la transcription du manuscrit, les démonstrations du n° 114 sont restées incomplètes; elles doivent être complétées comme dans le *Traité des Sections coniques*, n^{os} 8 et 9.

l'hyperbole équilatère, la construction de M. Chasles pour la trisection de l'angle, la description organique des coniques de Newton, etc.

Le tome II de cet Ouvrage contiendra les propriétés focales des coniques, la théorie des cônes du second degré et des figures sur la sphère, et les principes de la Géométrie analytique d'après les méthodes modernes (coordonnées projectives).

MÉMOIRE SUR L'INTÉGRATION DES ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES DES DEUX PREMIERS ORDRES; par *Joseph Graindorge*. Paris, Gauthier-Villars. In-8°; 1872. Prix : 7 fr. 50 c.

Ce Mémoire est, dit l'auteur, divisé en deux Parties : dans la première, je traite les équations aux dérivées partielles du premier ordre. Je n'ai pas cru devoir parler de la méthode de Cauchy, parce qu'elle me paraît suffisamment développée dans les travaux de M. Serret. J'ai adopté la méthode de Jacobi, en la modifiant d'après les travaux de M. Boole et de Bour. J'ai appliqué cette méthode à différents exemples qui en montrent l'utilité; j'ai aussi traité plusieurs applications d'intégration d'équations simultanées à plusieurs variables.

Je n'ai pas exposé la théorie de l'intégration des équations de la Dynamique. Elle serait ici superflue : à la rigueur, elle n'y doit occuper qu'une place historique (*).

Dans la seconde Partie, je me suis occupé des équations du second ordre : j'y ai développé surtout les méthodes de Monge et d'Ampère, que j'ai appliquées à différents cas qui avaient échappé à ces géomètres. En traitant la méthode d'Ampère, j'ai simplifié la notation qu'il a employée dans ses deux Mémoires. J'ai aussi donné quelques détails sur les méthodes de Laplace et de Legendre, sans insister cependant sur la dernière.

Dans l'exposé de la méthode de Laplace, j'ai fait usage des

(*) JACOBI, *Vorlesungen über Dynamik*. — Voir aussi mon *Mémoire sur l'intégration des équations de la Mécanique*. — BOUR, *Mémoires des Savants étrangers*. — GILBERT, *Sur l'intégration des équations de la Dynamique* (*Bulletins de l'Académie royale de Belgique;* 1864).

simplifications que j'ai apportées à la méthode de Monge. J'ai donné de nombreux exemples des théories de Monge et d'Ampère, en appliquant la méthode de Jacobi aux équations du premier ordre, auxquelles j'ai ramené le problème. Je suis ainsi parvenu, chaque fois, à simplifier considérablement les calculs pénibles et les transformations nombreuses qu'avaient dû faire Monge, Legendre et Ampère.

La première Partie de mon Mémoire était déjà très-avancée, lorsque j'ai eu connaissance du Mémoire de M. Imschenetsky, professeur à l'Université de Kazan, sur la même question, Mémoire que M. Houël venait de traduire (*); j'y ai puisé différents renseignements très-utiles sur les équations du premier ordre. Je suis en outre parvenu à me procurer, grâce à l'obligeance de M. Imschenetsky, l'original russe d'un Mémoire publié par cet auteur sur les équations du second ordre (**). J'y ai trouvé, entre autres choses nouvelles, une généralisation, encore inconnue parmi nous, de la méthode de Laplace (***).

En outre, la théorie fondée par Ampère n'est pas générale : elle permet de trouver l'intégrale générale seulement dans certains cas particuliers. M. Imschenetsky a fait voir (****) que l'on peut, dans le cas général, obtenir l'intégrale primitive. La marche qu'il suit repose sur la méthode de *la variation des constantes arbitraires*. Il arrive ainsi à montrer l'existence d'un nombre illimité de transformations qui conservent à l'équation proposée son type primitif, ou la réduisent à une équation biordinale linéaire. Quoiqu'il dise lui-même, dans sa Préface, que la méthode d'Ampère est peu connue à cause de la difficulté qu'offre la lecture de ses deux Mémoires, il me paraît que l'on pouvait simplifier davantage la notation du savant français, et je pense en avoir donné la preuve.

(*) V. Imschenetsky, *Sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre*, traduit du russe par Hoüel; Paris, 1869.

(**) V. Imschenetsky, *Étude sur les méthodes d'intégration des équations aux dérivées partielles du second ordre d'une fonction de deux variables indépendantes* (*Mémoires de l'Université de Kazan*, 1868).

(***) *Ibid.*, p. 49.

(****) *Ibid.*, p. 128.