Nouvelles annales de mathématiques

J. Waille

Sur la distance d'un point à une droite

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 12 (1873), p. 269-270

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1873_2_12__269_1>

SUR LA DISTANCE D'UN POINT A UNE DROITE;

PAR M. J. WAILLE.

Pour obtenir cette formule, il suffit d'écrire que le carré de la surface du triangle qui a pour sommet le point donné et pour base une portion quelconque de la droite est égal à la somme des carrés de ses projections sur les trois plans coordonnés.

En effet, si l'on désigne par l une longueur arbitraire portée sur la droite, les projections de cette ligne sur les trois plans des xz, des yz et des xy sont, en conservant les notations ordinaires,

$$\frac{l\sqrt{a^2+1}}{\sqrt{a^2+b^2+1}}, \quad \frac{l\sqrt{b^2+1}}{\sqrt{a^2+b^2+1}}, \quad \frac{l\sqrt{a^2+b^2}}{\sqrt{a^2+b^2+1}}.$$

On connaît les expressions des perpendiculaires abaissées des projections du point sur les projections de l : on aura donc, en désignant par δ la perpendiculaire cherchée et en appliquant le théorème énoncé, l'équation

$$\begin{aligned}\frac{l^2\delta^2}{4} &= \frac{l^2}{4}\,\frac{a^2+1}{a^2+b^2+1}\,\frac{(x-az-p)^2}{a^2+1}\\ &+\frac{l^2}{4}\,\frac{b^2+1}{a^2+b^2+1}\,\frac{(y-bz-q)^2}{b^2+1}\\ &+\frac{l^2}{4}\,\frac{a^2+b^2}{a^2+b^2+1}\,\frac{[a(y-q)-b(x-p)]^2}{a^2+b^2},\end{aligned}$$

d'où l'on déduit la valeur de δ.