Nouvelles annales de mathématiques

Solutions de questions proposées dans les Nouvelles annales

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 11 (1872), p. 553-554

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1872_2_11__553_1>

SOLUTIONS DE QUESTIONS PROPOSÉES DANS LES NOUVELLES ANNALES.

Question 1050

(voir 2ᵉ série, t. X, p. 557);

PAR M. E. PELLET,
Élève à l'École Normale.

Une corde glisse sur une courbe quelconque, de façon à détacher un segment d'aire constante φ. *Le centre de gravité du segment décrit une courbe* (C), *dont le rayon* *de courbure est proportionnel au cube de la longueur de la corde.* (PETERSEN.)

Soient AB, A′B′ deux positions de la corde infiniment voisines; leur point de rencontre I se trouve en leur milieu à un infiniment petit près, car les deux triangles AIA′, BIB′ sont équivalents. Soient s la surface, g et g' les centres de gravité de ces triangles, G le centre de gravité du triangle curviligne A′IB, M et M′ les centres de gravité des segments détachés par AB et A′B′.

D'après la théorie du centre de gravité, G, M, g d'une part, et G, M′, g' de l'autre, sont en ligne droite, et l'on a

$$\frac{\mathrm{GM}}{\mathrm{G}g} = \frac{\mathrm{GM}'}{\mathrm{G}g'} = \frac{\mathrm{MM}'}{gg'} = \frac{s}{\varphi}.$$

Ainsi MM′ est parallèle à la droite gg'; celle-ci tendant vers AB en même temps que A′B′, la tangente en M à la courbe (C) est parallèle à AB. De même la tangente en M′ est parallèle à A′B′. L'angle de ces deux tangentes est donc égal à l'angle des lignes AB, A′B′ que nous désignerons par ε, et l'on a, en désignant par ρ le rayon de courbure de (C) en M,

$$\mathrm{MM}' = \rho\varepsilon.$$

D'ailleurs

$$gg' = \frac{2c}{3}, \quad s = \frac{c^2\varepsilon}{8},$$

c désignant la longueur de la corde AB; par suite, la relation

$$\frac{\mathrm{MM}'}{gg'} = \frac{s}{\varphi}$$

devient

$$\rho = \frac{c^3}{12\varphi}.$$

Note. — Cette question a été résolue de même par M. Doucet, professeur au lycée de Lyon.