Nouvelles annales de mathématiques

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 11 (1872), p. 478-480

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1872_2_11__478_1>

QUESTIONS.

1092. On a deux cercles dans un même plan, le premier est parcouru d'un mouvement uniforme par un point M, et le second est parcouru en sens inverse et d'un mouvement uniforme par un point m, la droite élevée à chaque instant par le milieu de la corde Mm perpendiculairement à cette corde enveloppe une conique; construire cette conique.

Trouver la propriété analogue dans l'espace.

(LAGUERRE.)

1093. Un tétraèdre $abcd$ étant conjugué à un paraboloïde, si l'on désigne par a', b', c' les points où les arêtes da, db, dc coupent le paraboloïde, on a

$$\left(\frac{da'}{aa'}\right)^2 + \left(\frac{db'}{bb'}\right)^2 + \left(\frac{dc'}{cc'}\right)^2 = 1.$$

(H. FAURE.)

1094. Démontrer que, si deux coniques de grandeur fixe ont un foyer commun F, et si l'une d'elles tourne autour de ce foyer dans son plan, le lieu des points de concours des tangentes communes à ces deux coniques est un cercle. Si les deux coniques sont telles que, dans une de leurs positions, les tangentes communes soient parallèles, elles le seront dans toutes : montrer que la condition de parallélisme de ces tangentes communes est l'égalité des axes non focaux. (E. LEMOINE.)

1095. Le minimum d'une tangente à l'ellipse, comprise entre les axes, est égal à la demi-somme $(a+b)$ des axes.

1096. Le maximum de la distance du point de contact d'une tangente à l'ellipse à la projection du centre sur cette tangente est égal à la demi-différence $(a-b)$ des axes (*).

1097. Joignons deux points quelconques E, F d'une circonférence à un point O pris arbitrairement sur le prolongement d'un rayon CA de cette circonférence. Désignons par E', F' les points de rencontre de ces droites avec la circonférence. Élevons aux points E, F des droites respectivement perpendiculaires à EO, FO ; appelons I le point de rencontre de ces perpendiculaires. On demande

(*) Les énoncés des questions 1095, 1096 sont extraits de l'ouvrage intitulé : *An elementary Treatise on the differential Calculus containing the theory of plane curves with numerous examples*, by BENJAMIN WILLIAMSON A. M., fellow and tutor, Trinity College, Dublin ; 1872.

de démontrer que l'angle IOC a pour mesure la demi-différence des arcs E'A, F'A. (MANNHEIM.)

1098. La différence entre $\left(1+\frac{1}{m}\right)^m$ et e est comprise entre $\frac{e}{2m+1}$ et $\frac{e}{2m+2}$, quel que soit m.

1099. Sur chacun des côtés d'un quadrilatère circonscriptible, on construit deux triangles équilatéraux. Soient α, β, γ, δ les centres des triangles extérieurs; α', β', γ', δ' les centres des triangles intérieurs.

1° Les médianes des deux quadrilatères $\alpha\beta\gamma\delta$, $\alpha'\beta'\gamma'\delta'$ se coupent en un même point qui est leur milieu.

2° Les médianes du quadrilatère $\alpha\beta\gamma\delta$ se coupent à angle droit.

3° Dans le cas du triangle, un des sommets du quadrilatère donné devient le point de contact de l'un des côtés du triangle avec le cercle inscrit.

Les deux propriétés précédentes subsistent.

(H. BROCARD.)

1100. De toutes les ellipses inscrites dans un triangle donné ABC, celle dont la surface est la plus grande est équivalente au cercle inscrit dans un triangle équilatéral équivalent au triangle proposé.

Si du centre de cette ellipse on mène des droites aux centres des cercles inscrits dans les deux triangles équilatéraux construits sur l'un quelconque des trois côtés du triangle proposé, ces droites seront respectivement égales à la demi-somme et à la demi-différence des axes de l'ellipse, et les axes de l'ellipse seront dirigés suivant les bissectrices des angles formés par ces deux droites.

(G.)