Nouvelles annales de mathématiques

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 11 (1872), p. 46-47

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1872_2_11__46_1>

CORRESPONDANCE.

Aux élèves abonnés. — Les élèves *abonnés* peuvent consulter la *rédaction* sur les difficultés qu'ils rencontreraient dans les questions d'examen, soit en mathématiques, soit en physique. Elle se fera un plaisir de leur en communiquer la solution.

***M. H. Faure**, chef d'escadrons d'artillerie; Marseille.* — Le numéro de septembre 1871 contient un article de M. Chasles, dans lequel le célèbre géomètre donne les énoncés d'un grand nombre de propriétés des courbes planes obtenues au moyen de son *principe de correspondance*. Dans le chapitre I, p. 388, je trouve ce théorème :

Si, de chaque point d'une conique, on abaisse trois normales sur la courbe : 1° les cordes qui joignent deux à deux les pieds de ces normales enveloppent une courbe de la quatrième classe; 2° les tangentes menées par les pieds des trois normales se coupent sur une courbe du quatrième ordre.

D'autre part, dans mon *Recueil de théorèmes relatifs aux sections coniques*, publié en 1867 chez Gauthier-Villars, je donne le théorème (*voir* p. 15 du *Recueil*) :

*Si l'on prend sur une conique des couples de points a et b, tels que les normales en ces points se coupent sur *la conique, la corde ab enveloppera une autre conique.* Cet énoncé revient bien à la première partie de celui de M. Chasles, mais le résultat est différent : là où je trouve une conique, M. Chasles trouve une courbe de la quatrième classe. Ce résultat me semble inexact.

On sait que, si par un point O on mène des transversales, puis les normales aux points d'intersection de ces transversales avec une conique donnée, ces normales se coupent sur une courbe du troisième ordre qui rencontre la conique donnée en six points. Or, parmi ces six points, il y en a quatre qui sont les points où les normales menées du point O à la conique rencontrent obliquement cette conique. Il n'existe donc que deux autres points m, tels qu'en menant de ce point les trois normales ma, mb, mc, l'un des côtés ab du triangle abc passe par le point O. Par le point O, il ne peut donc passer que deux courbes ab, telles que les normales aux points a et b se coupent sur la conique, c'est-à-dire que cette corde enveloppe une conique.

Il est facile de voir que cette conique est concentrique à la conique donnée et tangente aux polaires des points de rebroussement de sa développée; ce qui la détermine complétement.

La seconde partie du théorème de M. Chasles est également inexacte, puisque les sommets du triangle formé par les tangentes menées par les pieds des normales sont les pôles des tangentes de la conique que nous venons de trouver. Le lieu cherché est encore une conique, et non une courbe du quatrième ordre.

Il est dit aussi, p. 388, que *les cordes d'une conique, normales en une de leurs extrémités, ont leurs milieux sur une courbe du huitième ordre*. Or il n'est pas difficile de voir que le lieu est seulement du sixième.