NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

A. HILAIRE

Note sur le lieu du point de contact de deux cercles mobiles qui doivent être tangents chacun à deux cercles fixes

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 11 (1872), p. 37-38

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1872_2_11__37_0>

NOTE SUR LE LIEU DU POINT DE CONTACT DE DEUX CERCLES MOBILES QUI DOIVENT ÊTRE TANGENTS CHACUN A DEUX CERCLES FIXES;

PAR M. A. HILAIRE,
Professeur au lycée de Douai.

Je rattacherai la solution de cette question à la méthode suivie par M. *Salmon* dans son *Traité des sections coniques* pour construire un cercle tangent à trois cercles donnés (n° 119, p. 159 de l'édition française).

Je conserve les notations de M. Salmon :

$S = 0$, $\Sigma = 0$ représentent les équations des cercles mobiles;

$S' = 0$, $S'' = 0$ des deux cercles fixes.

Je suppose tous les contacts extérieurs: r, r', r'' sont les rayons des circonférences S, S', S'', et d', d'' les distances du centre de S aux centres de S' et S''.

Les coordonnées du point de contact des circonférences S et Σ, devant vérifier les équations

$$S = 0, \quad \frac{S - S'}{d'^2 - (r - r')^2} = \frac{S - S''}{d''^2 - (r - r'')^2}$$

(SALMON, p. 160, édition française), doivent vérifier aussi l'équation qui en est une conséquence :

$$\frac{S'}{d'^2 - (r - r')^2} = \frac{S''}{d''^2 - (r - r'')^2}.$$

Mais, la circonférence S étant tangente extérieurement aux circonférences S' et S'', on a $d' = r + r'$ et $d'' = r + r''$, ce qui réduit les deux dénominateurs à $4rr'$ et $4rr''$. En supprimant, des deux côtés, le facteur $4r$, le rayon du cercle variable S se trouve éliminé, et l'on a immédiatement pour équation du lieu cherché $\frac{S'}{r'} = \frac{S''}{r''}$, équation d'un cercle ayant même axe radical avec les cercles S' et S''.

J'ai supposé les contacts extérieurs ; en faisant d'autres hypothèses, je trouverai un second cercle $\frac{S'}{r'} = -\frac{S''}{r''}$. Le lieu se compose donc de deux cercles.