Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 11 (1872), p. 190-192

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1872_2_11__190_0>

QUESTIONS.

1074. Étant donné un polygone plan et convexe dont deux côtés consécutifs quelconques font un angle constant, on sait que le lieu du point tel qu'en projetant ce point sur les côtés du polygone et joignant les projections consécutives par des droites, on forme un polygone d'une aire donnée, est une circonférence. Quand la valeur de l'aire varie, on obtient diverses circonférences qui ont toutes même centre O. Démontrer que ce point O est le centre des moyennes distances des sommets du polygone primitif, ou, plus généralement, des points qu'on obtient en prenant les centres de tous les couples de deux côtés séparés par un même nombre k de côtés ; ce point O est aussi le centre des moyennes distances de ses projections sur les côtés du polygone. Voir ce que deviennent ces théorèmes quand ces côtés deviennent infiniment petits, et que le polygone se transforme en une courbe plane et convexe. On retrouvera en particulier une proposition bien connue de Steiner, relative au centre de gravité de masses appliquées aux différents arcs infiniment petits égaux de la courbe, et inversement proportionnelles aux rayons de courbure correspondants. (F. Didon.)

1075. Le nombre des nombres premiers compris entre un nombre entier positif A et son double est moindre que celui des nombres premiers non supérieurs à A.

(Lionnet.)

1076. Étant donnés une droite et un point, on mène par le point deux cercles tangents à la droite et se coupant sous un angle donné, puis la seconde tangente commune à ces deux cercles. Le lieu du point symétrique du point donné par rapport à cette tangente décrit un limaçon de Pascal, qui a pour l'un de ses foyers le point donné. L'autre foyer est le point symétrique donné par rapport à la droite donnée. (H. FAURE.)

1077. Appelant projections d'un point sur une courbe les pieds des normales abaissées de ce point sur la courbe, on demande :

1° Quel est le lieu des projections d'un même point sur toutes les droites qui passent par *un* point donné ?

2° Quel est le lieu des projections d'un même point sur toutes les circonférences qui passent par *deux* points donnés ?

3° Quel est le lieu des projections d'un même point sur toutes les paraboles qui passent par *trois* points donnés ?

4° Quel est le lieu des projections d'un même point sur toutes les coniques qui passent par *quatre* points donnés ?

5° Peut-on déduire de la solution de cette dernière question les solutions des questions précédentes ?

(MANNHEIM.)

1078. On donne une courbe plane quelconque et la tangente at au point a de cette courbe. On mène la corde bc parallèlement à la tangente at. Lorsque bc se rapproche indéfiniment de at, en restant parallèle à cette droite, on demande :

1° La limite des positions de la droite ae qui joint le point a au milieu e de la corde bc. On obtient ainsi à la limite la droite que M. Transon a appelée *axe de déviation* de la courbe en a ;

2° La limite des positions du point de rencontre des axes de déviation de la courbe en b et c ;

3° La limite des positions des droites qu'on obtient en joignant le point a aux points d'intersection des cercles osculateurs de la courbe donnée en b et c;

4° La limite des positions du point de rencontre de la corde commune à ces deux circonférences et de la tangente at. (MANNHEIM.)

1079. Montrer que pour toute valeur entière et positive du nombre m la suite terminée

$$\frac{2}{1}m - \frac{2}{1}\frac{2}{3}m(m-1) + \frac{2}{1}\frac{2}{3}\frac{2}{5}m(m-1)(m-2)$$
$$- \frac{2}{1}\frac{2}{3}\frac{2}{5}\frac{2}{7}m(m-1)(m-2)(m-3) + \ldots$$

a pour valeur

$$\frac{2m}{2m-1}.$$

(HATON DE LA GOUPILLIÈRE.)

1080. Montrer que pour toutes les valeurs entières et positives des deux nombres m et n la suite terminée

$$\frac{1}{m} - \frac{n}{1}\frac{1}{m+1} + \frac{n(n-1)}{1.2}\frac{1}{m+2} - \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}\frac{1}{m+3}$$
$$+ \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1.2.3.4}\frac{1}{m+4} - \ldots$$

a pour valeur

$$\frac{1.2.3.4\ldots(m-1)}{(n+1)(n+2)\ldots(n+m)}.$$

(HATON DE LA GOUPILLIÈRE.)

1081. Trouver l'enveloppe de la corde commune à une ellipse et à son cercle osculateur; trouver le lieu des milieux de ces cordes (*). (E. LEMOINE.)

(*) La recherche de l'enveloppe de la corde commune à une parabole et à son cercle osculateur fait l'objet de la question 644, t. II, 2e série; elle est résolue page 416. C'est une parabole.