

W.-H. BESANT

## Exercices pour la licence

*Nouvelles annales de mathématiques 2<sup>e</sup> série*, tome 10  
(1871), p. 553-555

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1871\\_2\\_10\\_\\_553\\_0](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1871_2_10__553_0)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1871, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---



---

**EXERCICES POUR LA LICENCE**

( suite voir même tome, p 471 ),

PAR M. W.-H. BESANT,

du college de Saint-Jean a Cambridge.

31. Une courbe, entraînant un point, roule sur une ligne droite, et, symétriquement, sur une courbe égale; prouver que, la rotation ayant lieu pour le même arc dans chaque cas, les rayons de courbure des roulettes et la distance du point au point de contact forment une progression harmonique.

32. Dans le même cas, si une ligne droite est entraînée, les rayons de courbure des roulettes et la distance de la ligne au point de contact forment une progression arithmétique.

33. Une ellipse roule sur une droite; la longueur de l'enveloppe de son axe entre deux sommets consécutifs est

$$a \left( 1 + \frac{1 - e^2}{2e} \log \frac{1 + e}{1 - e} \right).$$

34. Un cercle roule sur une droite; prouver que l'enveloppe d'une droite entraînée est une développante de cycloïde, et tracer les figures correspondant aux cas dans lesquels la distance de la ligne entraînée au centre est supérieure, égale ou inférieure au diamètre du cercle.

35. Une ellipse roule sur une droite; trouver l'équation de l'enveloppe de la directrice, et prouver qu'elle a deux sommets si l'excentricité est plus grande que  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ,

et que, si  $e < \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ , la longueur de l'arc de la roulette, correspondant à un tour complet de l'ellipse, est  $\frac{4\pi a}{e}$ .

36. Une ligne droite roule sur une courbe  $s = f'(\varphi)$ , entraînant une droite inclinée sur elle d'un angle  $\alpha$ . La roulette enveloppe est  $s = f(\varphi) + \cos\alpha f'(\varphi)$ .

Si la courbe est une épicycloïde ou une hypocycloïde, l'enveloppe est de la même classe.

37. Une ligne droite glisse sur une courbe, ayant toujours son même point en contact; le mouvement est identique au roulement d'une perpendiculaire à cette droite sur la développée.

38. Prouver que l'enveloppe des lignes menées par chaque point d'une épicycloïde et faisant un angle constant avec la tangente est aussi une épicycloïde.

39. Si une parabole, de paramètre  $4a$ , glisse entre deux droites rectangulaires, les glissettes qu'elle produit sont les mêmes que les roulettes produites par la parabole de paramètre  $a$ , roulant sur la courbe

$$a^2(x^2 + y^2)^3 = x^4y^4.$$

40. Une ellipse glisse sur une droite, la touchant toujours au même point. Le lieu de son centre est la courbe

$$x^2y^2 = (a^2 - y^2)(y^2 - b^2).$$

41. Une ligne droite APB, entraînant un point P, glisse, par ses extrémités A et B, sur l'arc d'une courbe fermée; si  $PA = a$ , et  $PB = b$ , la différence entre l'aire de la courbe et celle du lieu de P est égale à  $\pi ab$ .

42. Une développante de cercle glisse sur une ligne droite qu'elle touche toujours au même point. Les glis-

settes d'un point et d'une droite sont respectivement une trochoïde et une développante de cycloïde.

43. Une parabole glisse sur une droite qu'elle touche toujours au même point. Si la normale en P coupe l'axe en G, et que l'on mène GR parallèle à SP et égal à un quart du paramètre, la normale au lieu du foyer est parallèle à PR.

Prouver que le lieu du foyer est une hyperbole.

44. L'angle BAC glisse sur deux cercles fixes; prouver que les glissettes des points sont les mêmes que les roulettes d'une ellipse sur un cercle.