Nouvelles annales de mathématiques

Bibliographie étrangère. Thèse de M. Julius Petersen pour le grade de docteur en philosophie

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 10 (1871), p. 506-508
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1871_2_10__506_1>

BIBLIOGRAPHIE ÉTRANGÈRE.

Thèse de M. Julius Petersen pour le grade de docteur en philosophie.

Om Ligninger, der løses ved Kvadratrod med Anvendelse paa Problemers Løsning ved Passer og Lineal. — Kjøbenhavn (*).

I. — *Des équations résolubles par des racines carrées.*

1. *La forme des racines.* — Si l'équation est irréductible, elle doit être du degré 2^p. Toute racine peut

(*) *Sur les équations résolubles par des racines carrées, avec application aux problèmes résolubles par la ligne droite et le cercle.* — Copenhague donc être déterminée par p extractions de racines carrées (n° 10). Une racine, quelle qu'elle soit, étant connue, on en déduira les autres en prenant chaque radical avec son double signe.

2. *Décomposition d'un polynôme rationnel en facteurs rationnels.* — Détermination d'un facteur de $f(x)$ du deuxième degré; il est facteur commun à $f(x)$ et $f\left(\frac{k}{x}\right)$, k étant le produit d'un couple de racines; détermination de k; cas des racines égales (nos 3-5). Extension à des facteurs d'un degré quelconque. Forme générale d'un tel facteur; ses coefficients sont des fonctions rationnelles d'un quelconque parmi eux, excepté le cas où l'équation qui détermine celui-ci a des racines égales (nos 6, 7).

3. *Résolution des équations irréductibles résolubles par des racines carrées.* — On peut, à cet effet, employer par exemple la substitution

$$y = (x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + \ldots)^2.$$

L'équation en y est de degré impair; elle a, par conséquent, une racine rationnelle, à l'aide de laquelle le degré de l'équation donnée se réduit à la moitié (nos 1-3). Si une des racines peut être exprimée en fonction rationnelle et symétrique d'un certain nombre des autres racines, la résolution de l'équation se réduit en général à celle d'autres équations d'un degré moins élevé (n° 4). Si une équation peut être résolue par des racines carrées et au moyen de la méthode ordinaire, on extrait la racine carrée de son premier membre, les coefficients du reste auront pour facteurs communs tous ceux que contiennent les racines dans les radicaux du premier ordre (n° 5).

II. — *Résolution des problèmes géométriques par la règle et le compas.*

1. *Conditions de possibilité.* — Les coniques sont les seules courbes dont on puisse, par la règle et le compas, déterminer les points d'intersection avec une droite quelconque, et les seules courbes auxquelles on puisse tirer des tangentes d'un point donné arbitrairement (n^{os} 4, 5). Les cercles et les droites sont les *seules* lignes dont, par la règle et le compas, on puisse déterminer les points d'intersection avec un cercle quelconque (n^{o} 11). Une courbe dont on peut déterminer, moyennant les mêmes instruments, les points d'intersection avec un cercle quelconque appartenant à un réseau linéaire, est *nécessairement* une quartique bicirculaire (courbe du quatrième ordre douée de points doubles aux points circulaires situés à l'infini) [n^{os} 7, 8]. Extension à un système de droites avec un paramètre arbitraire (n^{os} 13-15).

2. *Méthode générale. Lieux géométriques.* — La détermination d'un point qui doit se trouver sur une droite qui, elle-même, est indépendante des autres quantités données, peut se faire au moyen de cinq essais tout au plus, ou bien le problème n'est pas résoluble. Si l'on substitue un cercle à la droite, trois essais suffiront (n^{os} 1-4). Applications (n^{o} 5). Application de cette méthode à la détermination de lieux géométriques.