HERMANN

Sur une propriété du cône de révolution

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 10 (1871), p. 29-30

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1871_2_10__29_1>

SUR UNE PROPRIÉTÉ DU CONE DE RÉVOLUTION;

PAR M. HERMANN,
Ancien Élève de l'École Normale.

On sait que si l'on coupe un cône de révolution par un plan, la somme des génératrices qui partent du sommet du cône et aboutissent aux extrémités d'un diamètre de la section est constante.

Cette propriété est caractéristique du cône de révolution, si toutefois le plan mené par le sommet du cône et l'un des axes de la section est perpendiculaire au plan de la base du cône.

Pour le démontrer, considérons un cône de révolution dans lequel ces deux conditions sont remplies. Soient S le sommet du cône, AA', BB' les deux axes de la section; le cône de révolution décrit autour de la bissectrice de l'angle ASA' comme axe et passant par A et A' passera aussi par les deux points B et B', et se confondra évidemment avec le cône donné.

On peut se servir de cette propriété pour reconnaître, dans un grand nombre de cas, si un cône est de révolution.

Je n'en citerai qu'un exemple.

Si l'on coupe un ellipsoïde de révolution allongé par un plan, le cône qui a pour sommet le foyer d'une section méridienne et pour base une section plane quelconque est un cône de révolution.

Soient M et M' deux points de la section situés aux extrémités d'un même diamètre, O le centre de la section.

On a

$$\begin{aligned} FM &= K \times MH, \\ FM' &= K \times M'H, \\ FM + FM' &= 2K \times OI = \text{const.}, \end{aligned}$$

en désignant par MH, M'H, OI les distances des points M, M', O au plan perpendiculaire à l'axe de la surface et formant le lieu des directrices des sections méridiennes. Ainsi la somme des deux génératrices est constante. Le cône qui a pour sommet le foyer est donc de révolution, car il est évident que le plan mené par le sommet du cône et le grand axe de l'ellipse est perpendiculaire sur le plan de la base.