LIONNET

Note sur un problème élémentaire de géométrie sphérique

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 8 (1869), p. 529-530

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1869_2_8__529_0>

NOTE SUR UN PROBLÈME ÉLÉMENTAIRE DE GÉOMÉTRIE SPHÉRIQUE;

Par M. LIONNET.

De toutes les solutions de ce problème : *trouver le rayon d'une sphère solide en faisant usage de la règle et d'un compas*, la plus directe et la plus simple est celle qui consiste à trouver d'abord, sur la surface de cette sphère, trois points d'une circonférence de grand cercle. Mais, dans les Traités de géométrie élémentaire et les examens d'admission aux Écoles du Gouvernement, cette première partie du problème à résoudre laisse toujours quelque chose à désirer sous le rapport de la rigueur. Voici une manière de procéder qui nous paraît à l'abri de toute objection.

D'un point P comme pôle on décrit une circonférence quelconque; d'un point A pris sur cette circonférence comme pôle, avec une corde moindre que la droite AP, on décrit une seconde circonférence qui rencontre la première en un point B; puis du point B comme pôle, avec la même corde, on décrit une troisième circonférence qui *coupera la seconde* en deux points Q et R. Le centre O de la sphère et chacun des points P, Q, R étant également distants des points A et B, les quatre points O, P, Q, R sont situés dans le plan perpendiculaire à la corde AB en son milieu; donc les trois points P, Q, R sont sur la circonférence du grand cercle suivant laquelle ce plan coupe la surface de la sphère.

Pour que cette construction réussisse, il suffit que les circonférences décrites des points A et B comme pôles se coupent, ou, ce qui revient au même, que le triangle sphérique équilatéral ABQ soit possible, ou, enfin, que la corde AB soit moindre que le côté du triangle équilatéral inscrit dans un grand cercle. Or le triangle rectiligne isoscèle PAB peut être considéré comme inscrit dans un cercle de la sphère; donc le plus petit AB de ses trois côtés est moindre que le côté du triangle équilatéral inscrit dans ce même cercle et, par suite, moindre que le côté du triangle équilatéral inscrit dans un grand cercle.