

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 8
(1869), p. 526-528

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1869_2_8_526_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1869, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CORRESPONDANCE.

I. *M. E. Lemoine* nous adresse la Note suivante :

A la page 55 (t. I) du *Traité de Calcul différentiel* de *M. Serret*, on lit :

« Il s'agit de savoir dans quel cas la fonction $y = a^x - x$ peut s'annuler, a étant un nombre compris entre 0 et 1
On a

$$\frac{dy}{dx} = a^x L a - 1,$$

la caractéristique L désignant un logarithme *népérien*.

» On voit que la fonction est décroissante tant qu'on aura

$$a^x < \frac{1}{La}, \quad \text{ou} \quad x < \frac{L\left(\frac{1}{La}\right)}{La}.$$

Elle sera croissante dans le cas contraire. »

Il n'en est pas ainsi. Car : 1° a étant compris entre 0 et 1, La est négatif; donc $\frac{dy}{dx}$ est toujours négatif, et, par suite, y toujours décroissant; 2° $\frac{1}{La}$ étant négatif, son logarithme est imaginaire, et l'inégalité

$$x < \frac{L\left(\frac{1}{La}\right)}{La}$$

n'a plus de sens.

On voit facilement que y est négatif pour de grandes valeurs positives de x , et qu'il est positif pour des valeurs négatives de x (*), et, puisque y est toujours dé-

(*) La valeur de y est négative pour $x = 1$ et $x > 1$, et positive pour $x = a$ et $x < a$.

croissant, il existe une valeur unique de x pour laquelle y s'annule. Donc, quand a est compris entre 0 et 1, il y a toujours un nombre qui, dans la base a , est égal à son logarithme (*).

Dans l'hypothèse $a > 1$, on trouve facilement que y ne peut s'annuler qu'autant que l'on a $a < e^{\frac{1}{e}}$, en suivant la marche indiquée par M. Serret.

Note du Rédacteur. — Dans l'hypothèse $a > 1$, on peut distinguer trois cas, suivant qu'on a

$$a < e^{\frac{1}{e}}, \quad a = e^{\frac{1}{e}}, \quad a > e^{\frac{1}{e}}.$$

Dans le premier, l'équation $a^x - x = 0$ a deux racines positives comprises : l'une entre 1 et e ; l'autre entre e et $+\infty$.

Si $a = e^{\frac{1}{e}}$, l'équation $a^x - x = 0$ a une racine double égale à la base e du système des logarithmes népériens.

Enfin, lorsqu'on a $a > e^{\frac{1}{e}}$, l'équation considérée n'admet aucune solution réelle.

De ce que l'inégalité $\frac{1}{La} > e$ donne à la fois $a > 1$ et $a < e^{\frac{1}{e}}$, on peut conclure que, dans tout système de logarithmes dont le module $\frac{1}{La}$ surpasse le nombre e , il y a deux nombres qui sont égaux à leurs logarithmes.

Si le module $\frac{1}{La}$ est égal à e , le nombre e est le seul, dans le système considéré, qui soit égal à son logarithme.

Enfin, si, la base a étant supposée plus grande que l'unité, le module $\frac{1}{La}$ est moindre que e , aucun nombre du système ne peut être égal à son logarithme. (G.)

(*) Ce nombre est compris entre a et 1.

(528)

II. *M. Burtaire*, Maître auxiliaire au lycée de Nancy, nous a adressé une solution de la question 945, semblable à celle de M. Aouit (p. 374, numéro d'août).
