

Concours d'admission à l'École normale supérieure (année 1869)

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 8 (1869), p. 376-378

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1869_2_8_376_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1869, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE.

(ANNÉE 1869.)

Composition de Mathématiques.

Étant donné un rectangle et un point P dans le plan de ce rectangle, par le point P on mène une droite quelconque PQ , et l'on imagine les deux coniques qui passent par les quatre sommets du rectangle et qui sont tangentes à la droite PQ . Soient E et E' les deux points de contact et M le point milieu de la droite EE' ; chercher l'équation du lieu décrit par le point M , quand on fait tourner la droite PQ autour du point P .

On construira le lieu dans les hypothèses suivantes : le rectangle se réduit à un carré dont le côté est $2a$, et

(377)

si l'on prend pour axes des coordonnées les parallèles aux côtés du carré menées par son centre, les coordonnées du point P sont $x = \frac{a}{4}$, $y = \frac{a}{4}$.

Solution.

$Ax^2 + By^2 = 1$, équation de la conique,

$Aa^2 + Bb^2 = 1$, équation de condition,

$Apx + Bqy = 1$, équation de la tangente.

Le lieu des points de contact sera donc

$$\begin{vmatrix} 1 & x^2 & y^2 \\ 1 & px & qy \\ 1 & a^2 & b^2 \end{vmatrix} = 0,$$

ou

$$pb^2x - a^2qy + a^2y^2 - b^2x^2 + qx^2y + py^2x = 0,$$

ou, en transportant au point (p, q) ,

$$\begin{aligned} p(q^2 - b^2)x + q(a^2 - p^2)y + (q^2 - b^2)x^2 \\ + (a^2 - p^2)y^2 + qx^2y - py^2x = 0. \end{aligned}$$

Le lieu des milieux sera

$$2xy(qx - py) + (q^2 - b^2)x^2 + (a^2 - p^2)y^2 = 0.$$

Composition de Physique.

I.

Lois du mélange des gaz entre eux et avec les liquides.

II.

A l'aide d'une pompe pneumatique, on aspire un gaz d'un premier réservoir pour le refouler dans un second.

Les deux réservoirs ont même capacité et la pression y est, au commencement, d'une atmosphère. Le premier contient un mélange à volumes égaux de deux gaz solubles dans l'eau, dont les coefficients de solubilité sont 1 et 2 : le deuxième est à moitié plein d'eau et contient un gaz insoluble. Le piston de la pompe laisse au-dessous de lui un espace nuisible égal au dixième du volume total du corps de pompe, de sorte que le jeu de la pompe a une limite. Quand cette limite est atteinte :

1° Quelle est la pression du gaz dans les réservoirs ?

2° Quelle est la composition du gaz dissous dans l'eau, et celle du mélange qui est au-dessus de l'eau ?

3° Quel est le travail nécessaire pour faire mouvoir le piston, ou au moins quel est le tracé graphique qui représente ce travail ?

III.

Dans une balance de Coulomb, les deux boules sont d'abord en contact et le fil sans torsion. En électrisant la boule fixe, la boule mobile se trouve repoussée à 30 degrés. On demande ce que deviendra cet écart au bout de dix minutes, sachant que la perte est ce jour-là d'un quarantième de la charge moyenne par minute.
