NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 8 (1869), p. 335-336

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1869_2_8__335_1>

QUESTIONS.

949. Trouver toutes les courbes planes pour lesquelles la projection de la normale sur le rayon vecteur est constante. On compte la normale du point de la courbe à une droite fixe donnée, et le rayon vecteur du point de la courbe à un point fixe pris pour pôle.

Les coniques donnent une solution particulière.

(GENOCCHI.)

950. Démontrer que le produit des deux séries

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{a+2}\,\frac{1}{2}x+\frac{1}{a+4}\,\frac{1.3}{2.4}x^2+\frac{1}{a+6}\,\frac{1.3.5}{2.4.6}x^3+\ldots,$$

$$1+\frac{1}{2}x+\frac{1.3}{2.4}x^2+\frac{1.3.5}{2.4.6}x^3+\ldots$$

est

$$\frac{1}{a}\Big[1+\frac{a+1}{a+2}x+\frac{(a+1)(a+3)}{(a+2)(a+4)}x^2 +\frac{(a+1)(a+3)(a+5)}{(a+2)(a+4)(a+6)}x^3+\ldots\Big].$$

(HERMITE.)

951. Démontrer la formule

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{\operatorname{tang} x} = \frac{1}{2} \operatorname{tang} \frac{x}{2} + \frac{1}{2^2} \operatorname{tang} \frac{x}{2^2} + \frac{1}{2^3} \operatorname{tang} \frac{x}{2^3} + \ldots.$$

(LAISANT.)

952. Démontrer la formule

$$\frac{\sin x}{x} = \cos \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2^2} \cos \frac{x}{2^3} \cdots.$$

(LAISANT.)

953. 1° Trouver deux entiers n et p $(n < p)$ tels, qu'on ait

$$1 + 2 + \ldots + n = (n + 1) + \ldots + p.$$

Ce problème revient à l'un quelconque des deux suivants :

Trouver un entier tel, que son carré augmenté de 1 soit égal au double d'un carré ;

Ou

Trouver deux entiers consécutifs tels, que la somme de leurs carrés soit égale à un carré.

2° Trouver deux entiers n et p tels, qu'on ait

$$1 + 2 + \ldots + n = p^2.$$

Ce problème revient à l'un quelconque des deux suivants :

Trouver un entier tel, que son carré diminué de 1 soit égal au double d'un carré ;

Ou

Trouver deux entiers consécutifs tels, que la somme de leurs carrés soit égale à un carré augmenté de 1.

(LAISANT.)