

Solutions de questions proposées dans les Nouvelles annales

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 8
(1869), p. 134-136

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1869_2_8__134_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1869, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

*Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques*

<http://www.numdam.org/>

**SOLUTIONS DE QUESTIONS
PROPOSÉES DANS LES NOUVELLES ANNALES.**

Question 865

(voir 2^e série, t. VII, p. 191),

PAR M. WICKERSHEIME,

Élève de l'École Polytechnique.

On circonscrit à une surface de vis à filet carré une surface développable dont les divers plans tangents sont parallèles aux plans tangents à un cône du second degré, la projection de la courbe de contact sur un plan perpendiculaire à l'axe de l'hélicoïde est une podaire de conique. (LAGUERRE-VERLY.)

La question proposée peut être énoncée ainsi : « Une surface développable étant circonscrite à une surface de vis à filet carré et à une conique A (*) située à l'infini, trouver la projection de la courbe de contact sur un plan perpendiculaire à l'axe. »

Je me propose de trouver les points du lieu qui sont sur un rayon quelconque OM du cercle qui sert de base au cylindre sur lequel est tracée l'hélice directrice de la surface. Cette droite est la projection d'une infinité de génératrices de cette surface. Soit O'M' l'une de ces génératrices. On peut faire passer par cette droite deux plans tangents à la conique A, et ces deux plans toucheront la surface de vis en deux points dont la projection sur le plan horizontal (l'axe de l'hélice étant

(*) Le lecteur est prié de faire la figure.

supposé vertical) donnera deux points du lieu situé sur OM . Il est clair que par chacune des autres génératrices projetées en OM on peut de même faire passer deux plans tangents à la conique A ; mais ces plans seront parallèles à ceux dont je viens de parler, et leurs points de contact se projetteront tous aux deux points dont je viens de parler.

Pour étudier le lieu cherché, il suffit donc de considérer la génératrice particulière $O'M'$, OM . En général, un plan quelconque étant mené par cette droite, pour trouver son point de contact avec la surface de vis, on pourra se servir d'un parabolôide de raccordement ayant pour plan directeur le plan horizontal et pour directrices l'axe $\omega\alpha'$ de l'hélice et la tangente à cette courbe au point M ; la seconde génératrice du parabolôide passant au point de contact passera par le point de rencontre de la trace horizontale du plan donné avec la trace horizontale OT de la surface; de plus, cette seconde génératrice ayant pour plan directeur le plan vertical MT , sa projection horizontale sera perpendiculaire à OM . Donc, si $\theta\alpha$ et $\theta'\alpha'$ sont les traces horizontales des deux plans que l'on peut mener par la génératrice $O'M'$ tangentiellement à A , les droites $\alpha\mu$ et $\alpha'\mu'$, perpendiculaires à OM , couperont cette dernière droite en des points du lieu situés sur OM . Le lieu est donc la projection du point O sur l'enveloppe des droites telles que $\mu\alpha$ et $\mu'\alpha'$. Cette enveloppe est une courbe de deuxième classe, car, d'après ce qui précède, on ne peut lui mener que deux tangentes parallèles à une direction donnée. D'où la solution de la question proposée.

La démonstration qui précède montre qu'en général, *si une surface développable a pour cône directeur un cône de $n^{\text{ème}}$ classe, la projection de la courbe de contact sur le $n^{\text{ème}}$ plan perpendiculaire à l'axe est la podaire*

d'une courbe de n^{ième} classe. Dans la question actuelle, on peut se proposer de chercher dans quel cas la courbe aura une branche infinie. Il faut nécessairement que la courbe enveloppe des droites telles que $\mu\alpha, \mu'\alpha'$ soit une parabole, par conséquent que l'une de ces droites soit toujours à l'infini. Le plan horizontal passant par la génératrice $O'M'$ doit donc être tangent à la conique A ; en d'autres termes, le cône du second degré directeur de la surface développable doit être tangent à un plan horizontal.
