Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 7 (1868), p. 43-45

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1868_2_7__43_1>

QUESTIONS.

839. $F(x)$ étant une fonction rationnelle et entière du degré n; $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_p$ étant des valeurs quelconques de x en nombre p, et p étant plus grand que $n+1$; enfin, $f(x)$ représentant le produit

$$(x - x_1)(x - x_2)\ldots(x - x_p),$$

on a toujours

$$\sum_{x_1}^{x_p} \frac{F(x)}{\left(\dfrac{df}{dx}\right)} = 0.$$

(J.-J.-A. MATHIEU.)

(*) Le symétrique du point P par rapport au plan répond aussi évidemment à la question. B.

840. On donne un cercle et un point O fixe sur la circonférence; par ce point on mène une corde arbitraire OM sur la direction de laquelle on porte une longueur ON, telle que $ON^2 = OM^2 + \text{const.}$; par le point N, on mène une perpendiculaire à ON : trouver l'enveloppe de cette perpendiculaire. (DUPAIN.)

841. La forme d'équilibre d'un fil pesant dont la densité varie en raison inverse du carré de la longueur est une chaînette ordinaire, inclinée de manière que sa tangente soit verticale à l'origine des densités.

Si cette origine recule indéfiniment sur la courbe, le fil devient homogène et l'axe de la chaînette se replace verticalement. On retrouve ainsi le cas ordinaire.

(HATON DE LA GOUPILLIÈRE.)

842. *Hexagramme de Pascal* (*réciproque*). — Si trois angles ont leurs sommets en ligne droite, leurs côtés sont les côtés opposés d'un hexagone inscriptible dans une conique.

J.-E. BARBIER, ancien élève de l'École Normale.

843. *Géométrie de la règle. Propositions à démontrer.* — Si l'on joint les sommets d'un triangle à un point O intérieur par trois droites, les pieds de ces trois droites déterminent un second triangle inscrit dans le premier, qui comprend en outre trois autres triangles, puis un troisième inscrit de même dans le second, qui comprend en outre trois autres triangles, et ainsi de suite. On demande de démontrer que :

1° Les côtés de tous ces triangles concourent en trois points P, I, E qui sont sur une ligne droite D; j'appelle e, p, i les points où les droites qui concourent en O coupent cette droite D.

2° Dans l'intérieur de chacun des triangles énumérés, il existe un point tel, que, si on le joint aux sommets par des droites, ces lignes passent aux points e, p, i.

3° Les points ainsi obtenus sont trois à trois sur des lignes droites qui passent par des points P, I, E.

4° On peut former ainsi un quinconce géométrique dont les allées donnent vue sur des points remarquables de la ligne D. On demande de démontrer encore qu'on peut construire un nouveau quinconce en conservant les mêmes points remarquables (savoir P, I, E et leurs compagnons e, p, i), tout en prenant un nouveau point O′ pour point de départ de toute la construction.

J.-E. Barbier.