NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 7 (1868), p. 419-427

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1868_2_7__419_1>

CORRESPONDANCE.

1. *Extrait d'une Lettre de M. Abel Transon à M. Gerono.*

« ... A l'occasion des articles sur le *calcul directif* publiés dans les *Nouvelles Annales*, j'ai reçu de M. Bellavitis plusieurs Lettres dans lesquelles il me dit avoir, dès l'année 1826, émis l'opinion que l'idée vulgairement admise sur les quantités imaginaires constitue une véritable tache dans une science qui prétend justement se baser sur le pur raisonnement. Ayant eu ensuite connaissance de la manière, déjà ancienne alors, de représenter les imaginaires, il a reconnu dans cette représentation leur image véritable et leur complète explication. Dès lors aussi il a pensé que l'algèbre des imaginaires pouvait constituer une méthode nouvelle pour la géométrie, et il a appelé cette algèbre le *Calcul des équipollences*.

» En 1835, M. Bellavitis a publié un essai sur les principes de ce calcul dans les *Annales de Mathématiques de Fusinieri*, et il a développé ces principes plus tard dans plusieurs Mémoires.

» Et dès l'année 1832, dans ce même journal de Fusinieri, il avait donné cette proposition très-générale que, « *à toute relation entre des points en ligne droite correspond une relation analogue entre un même nombre de points situés sur un plan.* » Il cite en exemple que, comme entre quatre points placés sur une droite dans l'ordre A, B, A′, B′, il existe la relation connue

$$AA'.BB' = AB.A'B' + AB'.BA',$$

tout quadrilatère donne lieu entre ses côtés et ses diagonales à une relation dont la forme algébrique est la même, mais qui implique la considération des angles entre les éléments de la figure.

» Ainsi, dès cette époque ancienne, M. Bellavitis était en possession du théorème que j'ai donné moi-même dans mon dernier article et au moyen duquel on transfigure aisément la plupart des résultats de la *Géométrie supérieure*, résultats d'ailleurs si intéressants par eux-mêmes.

» M. Bellavitis m'indique dans ses Lettres d'autres applications très-diverses du *calcul des équipollences*, lequel me paraît être identique avec ce que j'ai appelé le *calcul directif*. J'espère pouvoir être en mesure ultérieurement de faire connaître aux lecteurs des *Nouvelles Annales* le détail des travaux de M. Bellavitis sur cette matière. Il me suffira en ce moment d'exprimer la satisfaction bien naturelle que j'éprouve de pouvoir ajouter, aux autorités que j'avais citées en faveur de la nouvelle théorie des quantités improprement appelées *imaginaires*, l'autorité de l'illustre professeur de l'université de Padoue.... »

2. Nous avons reçu de Bordeaux une Lettre que nous mettons sous les yeux de nos lecteurs, à cause des précieux renseignements bibliographiques qu'elle renferme.

« Mon cher ami,

» Je viens de lire avec intérêt, dans les derniers numéros des *Nouvelles Annales*, les articles consacrés par M. Abel Transon à une théorie bien négligée jusqu'ici en France, quoiqu'elle soit due en grande partie à des géomètres français. Je n'ai pu qu'être très-flatté de la manière dont l'auteur mentionne le travail que j'ai entrepris sur ce sujet; mais j'aurais désiré que mon érudition ne fût pas invoquée comme une autorité compétente à propos de l'historique de cette théorie, car je me suis rendu coupable, dans mes indications, d'une omission trop grave pour conserver quelques prétentions à une connaissance complète du sujet. C'est cette omission que je prie aujourd'hui la rédaction des *Nouvelles Annales* de m'aider à réparer.

» Dès l'année 1832, un des plus savants géomètres dont s'honore en ce moment l'Italie, M. le professeur Giusto Bellavitis, de Padoue, a fait connaître, dans divers écrits, une méthode géométrique, inventée par lui, et à laquelle il a donné le nom de *Méthode des Équipollences*. Il ne s'est pas contenté, comme Argand, Mourey et d'autres d'en poser les principes et d'en tirer les conséquences immédiates, il en a fait un instrument d'Analyse qui permet de traiter les questions de Géométrie pure par des règles analogues à celles de la résolution des équations algébriques.

» Sa théorie, qu'il a étendue à toutes les branches de la Géométrie, conduit naturellement aux Quaternions d'Hamilton, présentés sous leur forme la plus simple. L'auteur a développé ses recherches dans plusieurs Mémoires écrits avec une clarté remarquable et renfermant les applications les plus intéressantes. Je citerai, parmi ceux que j'ai sous les yeux, les suivants :

« *Sposizione del metodo delle Equipollenze,* Modène, 1854 (85 p. in-4°);

» *Calcolo dei Quaternioni di W.-R. Hamilton e sua relazione col metodo delle Equipollenze,* Modène, 1858 (62 p. in-4°);

» *Sposizione dei nuovi metodi di Geometria analitica,* Venise, 1860 (150 p. in-4°);

» *Elementi di Geometria,* etc., *Vi e aggiunta l'esposizione del calcolo delle Equipollenze,* Padoue, 1862, in-8°.

» Je me propose de résumer, en quelques pages, les fondements de cette méthode. Si je parviens à le faire avec une clarté suffisante, j'offrirai cette esquisse aux *Nouvelles Annales.*

» Je veux aussi, en terminant ma Lettre, montrer le cas que l'on fait de la découverte d'Argand de l'autre côté du Rhin, par un passage de l'ouvrage de M. Hankel (*Vorlesungen über die complexen Zahlen und ihre Functionen*, Leipzig, 1867, p. 82):

« Le premier, dit Hankel, qui ait établi la représenta-
» tion des nombres imaginaires $A + Bi$ par des points d'un
» plan, et les opérations fondamentales d'addition et de

» multiplication, est Argand, qui a publié ses idées en 1806
» dans un opuscule intitulé : *Essai sur une manière de*
» *représenter les quantités imaginaires dans les con-*
» *structions géométriques* (Paris).

» Cet opuscule n'arriva cependant à la connaissance
» du public que par une Note de Français (*Annales*
» *de Gergonne*, t. IV, 1813-14, p. 61), et deux articles
» d'Argand en réponse à cette Note (*l. c.*, t. IV, p. 133,
» et t. V, p. 197). Dans ces Mémoires, la théorie est
» traitée si complétement, que depuis on n'y a rien
» ajouté d'essentiellement nouveau, et si l'on ne parvient
» pas à découvrir un travail d'une date antérieure, on
» devra reconnaître Argand comme le vrai fondateur
» de la théorie géométrique des quantités complexes.

» Toutefois ces idées, malgré leur publication dans un
» journal généralement répandu, n'ont pas été connues,
» même en France, comme elles auraient dû l'être. Car
» en 1828, C.-V. Mourey les présenta de nouveau (*La*
» *vraie théorie des quantités*, etc.), et, la même année,
» en Angleterre, John Warren fit paraître plusieurs Mé-
» moires sur ce sujet.

» On sait que Gauss a développé la même idée en 1831
» (*Œuvres*, t. II, p. 174). Quelque grand que soit le
» service rendu par ce géomètre en faisant pénétrer
» cette doctrine dans la science, cependant la priorité
» ne peut lui appartenir en aucune façon. »

X.

3. *Sur l'enseignement de la Géométrie descriptive.*

« Monsieur le Rédacteur,

» Je vous adresse quelques notes sur l'enseignement de la Géométrie descriptive ; ces notes sont relatives à la partie grammaticale de l'enseignement, et vous penserez comme moi, je l'espère, qu'elles doivent être utiles aux professeurs et aux élèves.

» Dans tout enseignement scientifique il est indispensable, chacun le sait, d'adopter, en les créant au besoin, certains mots qui servent à désigner des choses dont l'emploi est de tous les instants; l'utilité de ces mots est d'éclaircir et d'abréger le discours en exprimant par le le seul nom qu'on impose ce qui ne pourrait se dire qu'en plusieurs termes; en sorte néanmoins que le nom imposé demeure dénué de tout autre sens, s'il en a, pour n'avoir plus que celui auquel on le destine uniquement; il faut seulement prendre garde qu'on abuse de la liberté qu'on a d'imposer des noms, soit en donnant le même nom à deux choses différentes, soit en étendant sans mesure la liste des mots nouveaux.

» C'est par une juste application de ce principe que Monge introduisit certaines dénominations, aujourd'hui adoptées partout, et relatives à la génération de diverses surfaces, comme : *plan méridien, plan de parallèle, conrbe méridienne,* etc.

» Mais, après Monge, on a souvent, surtout dans l'enseignement oral, violé la règle; par exemple, on a nommé *verticale* l'intersection d'un plan quelconque par un plan parallèle au plan vertical de projection : c'est un véritable détournement; ainsi encore on a dit : *les principales* d'un plan pour désigner les droites d'un plan parallèles aux plans de projection : principales en quoi? et, d'ailleurs, ici encore il y a détournement, car, dans l'étude générale des surfaces, un sens très-déterminé est déjà attribué à ces mots : *lignes principales, sections principales.*

» Je crois avoir respecté les lois de la grammaire et de l'usage en acceptant les dénominations qui suivent :

» Tout plan parallèle au plan horizontal de projection est un *plan de niveau*, ou un *plan horizontal;* toute ligne, droite ou courbe, tracée sur un plan de niveau se nomme *ligne horizontale* ou *ligne de niveau;*

Tout plan parallèle au plan vertical de projection se nomme un *plan de front*, et toute ligne d'un tel plan se nomme *ligne de front;*

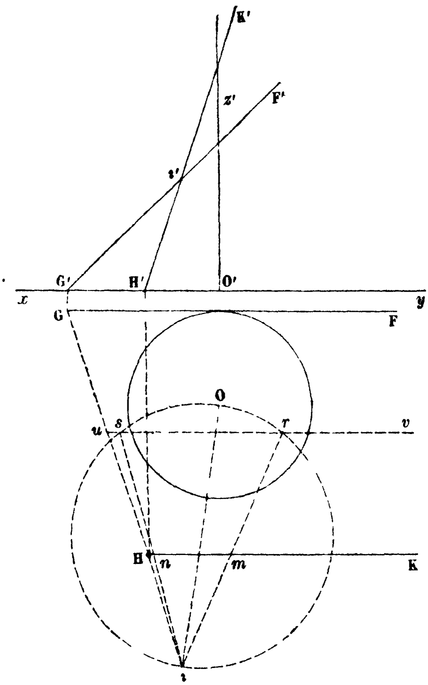
» Toute droite perpendiculaire à un plan se nomme un *axe* de ce plan;

» Tout plan perpendiculaire à la ligne de terre se nomme un *plan de profil;*

» Comme l'exécution d'une épure amène très-souvent un déplacement momentané de la ligne de terre, tout plan vertical peut devenir momentanément plan de profil ou plan de front.

» Les Professeurs, qui sont familiarisés avec les applications de la Géométrie descriptive, reconnaîtront que ces mots ne sont ni nouveaux, ni détournés de leur sens ordinaire; et je vais montrer sur un exemple comment ils abrégent le discours; je choisirai le procédé de Duleau (*voir* la *Correspondance de l'École Polytechnique*) pour déterminer l'intersection de la surface gauche de révolution par une droite : cette solution, très-simple au point de vue graphique, très-conforme aux principes, a en outre le mérite de s'adapter facilement à toutes les dispositions de l'épure.

» L'axe de l'hyperboloïde étant vertical, la droite donnée (HK, H'K) est supposée de front; et (GF, G'F') est une génératrice de front sur l'hyperboloïde. Considérons comme surface auxiliaire le paraboloïde équilatère ayant pour directrices les droites (GF, G'F') et (HK, H'K'), et pour plan directeur le plan horizontal; les projections horizontales des génératrices de ce paraboloïde sont, on le sait, concourantes, et le point de concours *i* résulte immédiatement des données. Cela posé, chaque génératrice du paraboloïde rencontre la droite donnée (HK, H'K') en un point X, rencontre



(GF, G'F') en un point Y, et rencontre encore l'hyperboloïde en un point Z; le milieu de XY décrit dans l'espace une droite de front qui a pour projection horizontale la ligne *uv* équidistante de HK et de GF; le milieu de YZ décrit dans l'espace une ligne qui a pour projection horizontale la circonférence décrite sur *oi* comme diamètre; cette circonférence est coupée par *uv* en deux points *r* et *s*; donc *ir* et *is* sont les projections horizontales de deux génératrices du paraboloïde, pour chacune desquelles le milieu du segment YX coïncide avec le milieu du segment YZ; donc *ir* et *is* marquent sur HK les projections horizontales des intersections cherchées.

» Le lecteur verra sans peine que la construction précédente s'applique aux cas particuliers de l'épure.

» Le procédé que je viens de raconter sommairement, et qui n'est pas nouveau, me remet en mémoire un autre procédé également et même plus ancien : c'est le moyen employé par Monge, reproduit par Hachette, pour mener des plans tangents à une surface de révolution par une droite; ce procédé, bien connu de tous les professeurs spéciaux et enseigné par plusieurs, consiste à employer une surface auxiliaire, à savoir l'hyperboloïde engendré par la droite donnée tournant autour de l'axe donné; on peut d'ailleurs le lire expliqué tout au long dans la *Géométrie descriptive* de Hachette. » VAZEILLE.