Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 7 (1868), p. 236-240

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1868_2_7__236_1>

QUESTIONS.

866. Les différents points d'une courbe mobile engendrent une série de courbes dont l'enveloppe est la même que l'enveloppe de la courbe mobile. Exemple : l'enveloppe d'une droite de longueur constante, qui se meut entre deux droites rectangulaires est la même que celle des ellipses engendrées par chacun des points de la droite mobile.

Le théorème général ne suppose pas que la courbe mobile ne se déforme pas pendant le mouvement.

(E. Barbier.)

867. A une hyperbole on mène deux tangentes (A) et (B), la corde des contacts est (C); d'un point quelconque m de la courbe on mène ensuite une parallèle à une asymptote, et l'on désigne par a, b, c les points de rencontre de cette parallèle avec les droites (A), (B), (C). Démontrer que mc est moyenne proportionnelle entre ma et mb.

Construire une hyperbole, connaissant une asymptote, deux tangentes et un point. (G.).

868. Un triangle est inscrit dans une circonférence. On sait que les pieds des perpendiculaires abaissées d'un point quelconque A de la circonférence sur les trois côtés du triangle sont en ligne droite.

Trouver l'enveloppe de cette ligne, quand le point A se déplace sur la circonférence. (DE TEYSSIÈRE.)

869. Si l'on pose

$$f_m(x) = 1 + \left(\frac{m}{1}\right)^2 x + \left[\frac{m(m-1)}{1.2}\right]^2 x^2 + \ldots$$
$$+ \left[\frac{m(m-1)\ldots(m-n+1)}{1.2\ldots n}\right]^2 x^n + \ldots + x^m:$$

1° Les équations

$$f_1(x) = 0 \quad f_2(x) = 0 \ldots f_m(x) = 0$$

auront toutes leurs racines réelles et inégales;

2° Les racines de l'équation $f_m(x) = 0$ sépareront les racines de l'équation $f_{m+1}(x) = 0$. (H. LAURENT.)

870. Lieu des centres de courbure principaux correspondants aux points d'une surface gauche qui sont situés sur une génératrice. (DARBOUX.)

871. Lieu des points de rencontre des tangentes communes à une ellipse fixe et à toutes les hyperboles équilatères passant par les foyers de cette ellipse.

(DARBOUX.)

872. Deux droites qui divisent harmoniquement les trois diagonales d'un quadrilatère rencontrent en quatre points harmoniques toute conique inscrite dans le quadrilatère. (CREMONA, *The Educational Times.*)

873. Si par un point O on mène trois lignes respecti-

vement parallèles aux côtés d'un triangle donné, les six points de rencontre de ces lignes avec les côtés sont sur une conique. Trouver son équation.

(S. ROBERTS, *The Educational Times.*)

874. On donne un cercle et deux points. Inscrire dans le cercle un triangle isocèle dont les deux côtés égaux passent par les deux points donnés. (LEMOINE.)

875. Construisons deux ellipses P et P′ telles que les demi-axes de la première coïncident en direction avec ceux de la seconde, mais soient respectivement proportionnels à leurs carrés :

1° Le parallélogramme construit sur deux demi-diamètres quelconques D_1 et D_2 de l'ellipse P vaut le parallélogramme construit sur les demi-axes de cette ellipse assemblés sous l'angle ζ que forment entre eux les conjugués respectifs de D_1 et D_2 dans l'ellipse P′ ;

2° Lorsque les diamètres D_1 et D_2 sont conjugués dans l'ellipse P, leurs conjugués respectifs dans l'ellipse P′ se coupent à angle droit ;

3° Le secteur elliptique compris entre deux demi-diamètres D_1 et D_2 dans l'ellipse P, est proportionnel à l'angle ζ ou à la courbure de l'arc qu'ils interceptent sur l'ellipse P′:

4° Lorsqu'un point décrit une ellipse P par l'action d'une force dirigée vers son centre, le rayon vecteur conjugué, par rapport à l'ellipse P′, de celui qui passe par le point mobile, tourne autour du centre d'un mouvement uniforme ;

5° Les perpendiculaires abaissées des extrémités de deux diamètres quelconques D_1 et D_2 de l'ellipse P sur les directions qui leur sont réciproquement conjuguées dans l'ellipse P′, sont égales entre elles ;

6° Comment ces énoncés se modifient-ils pour l'hyperbole ?

(P. Gilbert, *Bulletin de la Société Philomathique*, 26 octobre 1867.)

876. 1020 étant le dénominateur d'une fraction irréductible, pourquoi le nombre des chiffres de la période engendrée par cette fraction sera-t-il l'un des nombres 1, 2, 4, 8, 16, 32 ? (Lionnet, *Algèbre*, 3e édit.)

877. Lorsque la réduction d'une fraction $\frac{a}{b}$ en décimales conduit à une période de n chiffres, toute fraction irréductible dont le dénominateur égale un multiple de b donne lieu à une période dont le nombre des chiffres égale un multiple de n. (*Idem.*)

878. Lorsque la conversion de plusieurs fractions irréductibles $\frac{a}{b}, \frac{a'}{b'}, \frac{a''}{b''}, \ldots$ en décimales conduit à des périodes dont n, n', n''... sont les nombres de chiffres, toute fraction irréductible dont le dénominateur est égal au plus petit commun multiple des dénominateurs b, b', b''... donne lieu à une période d'un nombre de chiffres égal au plus petit commun multiple des nombres n, n', n''... (*Idem.*)

879. Lorsque la conversion en décimales d'une fraction irréductible dont le dénominateur est un nombre premier p conduit à une période de n chiffres, et que p^α est la plus grande puissance de p qui divise $10^n - 1$, toute fraction irréductible ayant pour dénominateur $p^{\alpha+\beta}$ conduit à une période de np^β chiffres. (*Idem.*)

880. P étant le produit des entiers inférieurs et premiers à un nombre N, la différence $P - 1$ est divisible par N lorsque N n'est ni premier, ni le double d'un

nombre premier, ni une puissance d'un nombre premier impair, ni le double d'une telle puissance. (*Idem.*)

881. Lorsqu'un nombre premier est de la forme $1 + 2^n$, l'exposant n est nul ou de la forme 2^α. (*Idem.*)

Questions d'Arithmologie qui n'ont jamais été résolues.

882. La suite des nombres premiers 2, 3, 5, 17, 257,.. de la forme $1 + 2^n$ est-elle illimitée? Ou autrement, y a-t-il une infinité de nombres impairs par lesquels une circonférence peut être divisée en parties égales au moyen de la règle et du compas? (*Idem.*)

883. Tout nombre pair est-il la somme de deux nombres premiers impairs? (*Idem.*)

884. 8 et 9 sont-ils les seuls entiers consécutifs qui soient des puissances de nombres entiers? (*Idem.*)

885. Y a-t-il au moins deux nombres premiers parmi les entiers compris entre les carrés de deux entiers consécutifs? (*Idem.*)

886. Étant donnés deux cercles, si l'on prend les polaires de ces cercles par rapport à un cercle quelconque, on obtient deux coniques; les cercles qui ont pour diamètres les axes focaux de ces coniques se coupent sous le même angle que les cercles donnés. (H. Faure.)

887. Étant donnés deux cercles qui se coupent orthogonalement, si l'on fait passer un cercle par leurs centres et par leur point d'intersection, la somme des puissances d'un point de ce cercle par rapport aux cercles donnés est nulle. (*Idem.*)