Nouvelles annales de mathématiques

# Questions

*Nouvelles annales de mathématiques 2e série*, tome 7 (1868), p. 136-138

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1868_2_7__136_1>

## QUESTIONS.

846. On donne deux surfaces du second degré homofocales A et B et un plan fixe P. Par une droite quelconque D du plan P, on mène des plans tangents aux deux surfaces A et B, en joignant deux à deux les points

(*) Le calcul donne très-simplement ces résultats. On remarquera que :

1° L'équation de toutes les paraboles ayant même axe et même foyer est

$$y^2 = 2ax + a^2,$$

en nommant $a$ le demi-paramètre variable et en rapportant la courbe au foyer comme origine et à l'axe comme ligne des $x$;

2° L'équation de toutes les paraboles ayant même axe et même sommet est

$$y^2 = 2ax,$$

$a$ désignant le demi-paramètre variable.

La methode connue des trajectoires orthogonales donne dans le premier cas

$$y^2 = -2cx + c^2,$$

et dans le second

$$y^2 + 2x^2 = c,$$

$c$ étant une constante arbitraire. B.

de contact qui ne se trouvent pas sur la même surface, on obtiendra quatre droites. Lorsque la droite D se déplace d'une façon quelconque dans le plan P, toutes les droites ainsi obtenues sont normales à une même surface, qui est une anallagmatique de quatrième ordre.

De quelle façon doit se déplacer la droite D dans le plan P, pour que les droites correspondantes forment une surface développable? (LAGUERRE.)

**847.** Par une droite tangente à une surface quelconque en un point M, on mène différents plans sécants; on construit pour chacune des sections que ces plans déterminent dans la surface la parabole qui suroscule la section au point $m$; le lieu des foyers de ces paraboles est un centre. (LAGUERRE.)

**848.** Soit une courbe gauche du quatrième ordre résultant de l'intersection de deux surfaces du second degré. Il existe sur une telle courbe seize points où la torsion est nulle; si, par trois quelconques de ces points, on mène un plan, de deux choses l'une : ou ce plan passera par l'un des treize autres, ou il touchera la courbe en l'un des trois points choisis. (LAGUERRE.)

**849.** On donne une ellipse, trouver : 1° le lieu des milieux des cordes normales, 2° le lieu des pôles de ces normales, 3° la corde normale minimum, 4° la corde normale qui détache le plus petit segment.

(M. COLLINS, *The educational Times.*)

**850.** Considérons la suite des fonctions de Sturm

$$V,\quad V_1,\quad V_2\ldots,\quad V_n;$$

si une des équations $V_r = 0$ a $p$ racines imaginaires, la proposée a au moins $p$ racines imaginaires. (DARBOUX.)

851. Former la suite des fonctions de Sturm pour l'équation qui donne $\tang \frac{a}{n}$ quand on connaît $\tang a$.

(DARBOUX.)

852. Trouver les conditions nécessaires et suffisantes pour que les quatre racines d'une équation du quatrième degré forment un quadrilatère inscriptible. Trouver la surface et le rayon de ce quadrilatère. (DARBOUX.)

853. Trouver la somme des séries suivantes :

1°
$$\sum \frac{\varphi(n)}{1.2.3\ldots n},$$

dans laquelle $\varphi(n)$ est un polynôme du degré $p$.

2°
$$\sum \frac{\varphi(n)}{f(n)},$$

où l'on a

$$f(n) = (n+a)(n+a+1)\ldots(n+a+p,$$

et où $\varphi(n)$ est un polynôme au plus du degré $(p-1)$.

(DARBOUX.)

854. Chercher les séries telles que si on met le rapport

$$\frac{u_{n+1}}{u_n}$$

sous la forme

$$\frac{1}{1+\alpha},$$

$n\alpha$ soit constant et égal à $h$. Montrer qu'on peut trouver la somme des $p$ premiers termes de ces séries. Retrouver la règle de convergence connue, ainsi qu'une limite du reste. (DARBOUX.)