EUGÈNE FORNASARI

Question de géométrie

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 6 (1867), p. 476-478

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1867_2_6__476_1>

QUESTION DE GÉOMÉTRIE;

SOLUTION DE M. EUGÈNE FORNASARI,
Élève en Mathématiques speciales au lycee de Besançon.

Placer sur trois circonférences données les sommets d'un triangle dont les côtés soient parallèles aux droites

(*) En prenant pour α, β, γ des angles aigus, si le point O extérieur à la sphère A represente le centre d'une seconde sphère coupant la première sous l'angle α, et que les rayons des sphères O et A soient ρ et r, on aura

$$\overline{OA}^2 = \rho^2 + r^2 - 2\rho r \cos\alpha \quad \text{ou} \quad \overline{OA}^2 = \rho^2 + r^2 + 2\rho r \cos\alpha,$$

selon que le rayon ρ sera plus grand ou plus petit qu'une tangente menee du point O à la sphère A *qui unissent deux à deux les centres de ces circonférences* (*).

On sait que le lieu des points d'où deux circonférences sont vues sous un même angle est une circonférence décrite sur la distance des centres de similitude, directe et inverse, comme diamètre; et, de plus, que si l'on considère trois circonférences, deux à deux, les trois lieux ont une corde commune.

Par conséquent, il existe deux points d'où trois circonférences données sont vues sous des angles égaux.

Soient O, O′, O″ les centres des trois circonférences données, P l'un des deux points d'où ces trois circonférences sont vues sous des angles égaux.

Je mène les droites PO, PO′, PO″, qui coupent les circonférences en des points A, B; A′, B′; A″, B″. Je mène aussi les tangentes PC, PC′, PC″ aux trois circonférences.

Les trois triangles OCP, O′C′P, O″C″P sont semblables, par conséquent

$$\frac{\mathrm{PO}}{\mathrm{R}} = \frac{\mathrm{PO}'}{\mathrm{R}'} = \frac{\mathrm{PO}''}{\mathrm{R}''},$$

en appelant R, R′, R″ les rayons des trois cercles.

Il suit de là que les triangles PAA′, POO′ sont semblables, et que AA′ est parallèle à OO′. De même, A′A″, AA″ sont parallèles à O′O″, OO″, et, par suite, le triangle AA′A″ répond à la question; il en est de même du triangle BB′B″.

En considérant le second point P′, d'où les trois circonférences sont vues sous des angles égaux, on obtiendrait encore deux autres triangles semblables au triangle

(*) Nous avons modifié l'énoncé que M. Fornasari a donné à la question qu'il a résolue, sa solution ne répondant pas à la question 786.

obtenu en joignant les centres des circonférences données.

Note du Rédacteur. — La question de placer sur trois circonférences données O, O′, O″ les sommets d'un triangle semblable au triangle OO′O″ peut admettre une infinité de solutions. Car, en prenant un point quelconque, A, sur l'une des circonférences, O, on peut considerer ce point comme l'un des trois sommets du triangle cherché, et déterminer un second sommet B sur la circonference O′ par l'intersection de cette circonférence et d'une autre dont le centre et le rayon se determinent facilement (*). G.