NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

DE GROSSOUVRES

Concours général (1866). Mathématiques élémentaires

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 5 (1866), p. 556-558

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1866_2_5__556_0>

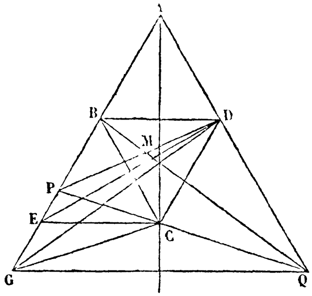
CONCOURS GÉNÉRAL (1866).

MATHÉMATIQUES ÉLÉMENTAIRES.

SOLUTION PAR M. DE GROSSOUVRES,
Élève du collége Stanislas (classe de M. Prouhet).

Étant donné un losange ABCD *dans lequel la diagonale* BD *est égale à chaque côté, on mène par le sommet* C *une droite* PQ *qui rencontre en* P *et* Q *respectivement les côtés* AB *et* AD; *on mène enfin les droites* PD *et* QB *qui se coupent au point* M. *Cela posé, on demande de trouver le lieu du point* M *quand la droite* PQ *tourne autour du sommet* C.

Je prends le point G symétrique du point Q par rapport à AC; les deux droites PQ, CG, symétriques par



rapport à l'axe AC, sont également inclinées sur cet axe; par conséquent la droite CE perpendiculaire sur l'axe est bissectrice de l'angle PCG formé par ces deux droites, et puisque CA est perpendiculaire sur CE, le point A est le conjugué harmonique du point E, par rapport au segment PG; donc le faisceau qui a pour sommet le point D et dont les rayons passent par les points A, P, E, G est un faisceau harmonique. Or DE, diagonale du losange BDCE, est perpendiculaire sur l'autre diagonale BC, et par suite sur la droite AD qui lui est parallèle. Les deux rayons DA, DE, conjugués harmoniques par rapport aux rayons DP, DG, étant perpendiculaires l'un sur l'autre, il résulte d'un théorème connu que la droite DE est bissectrice de l'angle PDG, et comme en outre cette droite DE est la bissectrice de l'angle BDC, il s'ensuit que les angles BDP, CDG sont égaux. Les deux droites CD, DG étant respectivement symétriques des droites CB, BQ par rapport à l'axe AC, les angles CDG, CBQ formés par ces droites sont égaux, et comme les angles CDG, BDP sont égaux, il en résulte que les angles CBQ, BDP sont égaux; donc, dans le triangle MDB, la somme des angles MBD, MDB est égale à la somme des angles MBD, MBC, c'est-à-dire à l'angle CBD, ou, ce qui est la même chose, à l'angle BAD, puisque les triangles ADB, CBD sont équilatéraux; donc l'angle BMD, qui est le supplément de la somme des angles MBD, MDB, est le supplément de l'angle BAD; par conséquent le quadrilatère ABMD est inscriptible.

Donc *le lieu géométrique du point* M *est le cercle circonscrit au triangle* ABD.

N. B. — On nous dit, mais nous avons peine à le croire, que cette copie a été ecartée par une fin de non-recevoir, comme ne s'appuyant pas sur *une méthode classique*. Cela nous surprend d'autant plus qu'il y a nombre d'années que tous les professeurs enseignent les propriétés de la division harmonique et des faisceaux harmoniques, en sorte qu'il y a bien peu d'élèves qui ne les connaissent. Écarterait-on une copie où l'on s'appuierait sur la théorie des transversales? Cependant il n'y a rien de plus classique, quoique les programmes n'en parlent pas.

En 1851, une Commission où entraient plusieurs Membres de l'Institut, et entre autres l'illustre Cauchy, avait à juger les compositions du concours général en Mathématiques spéciales. L'une de ces compositions, celle de M. Camille de Polignac, s'appuyait sur des méthodes qui n'étaient certainement pas classiques, puisqu'elles n'avaient encore été exposées dans aucun ouvrage *ex professo*. Les juges du concours avouèrent d'une commune voix qu'ils n'y comprenaient rien, mais ils ne voulurent pas que leur ignorance nuisît à un candidat qui paraissait sérieux. Ils firent venir parmi eux l'auteur de ces méthodes et, sur son rapport, M. de Polignac eut le second prix. Je rapporte le fait parce qu'il est curieux, sans vouloir d'ailleurs établir de comparaison entre la Commission de 1871 et celle de 1866, dont tous les membres, je le suppose, connaissent les propriétés des faisceaux harmoniques. P.