

ARMAND LÉVY

Théorème sur la parabole

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 5
(1866), p. 380-381

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1866_2_5_380_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1866, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

THÉORÈME SUR LA PARABOLE;

PAR M. ARMAND LÉVY,

Élève en Mathématiques spéciales au lycée de Metz.

Lemme. — Si d'un point M , pris sur un des côtés AB d'un triangle ABC conjugué à une conique, on mène des tangentes à cette courbe, les points ϵ , γ , où les tangentes rencontrent l'un des deux autres côtés BC du triangle, sont conjugués harmoniques des sommets B , C situés sur ce côté.

En effet, le sommet C étant le pôle de AB , tout point de AB est conjugué harmonique de C , par rapport aux deux points où les tangentes menées de M rencontrent la droite qui unit C au point quelconque pris sur AB (*).

THÉORÈME. — *Les droites qui unissent les milieux des côtés d'un triangle ABC , conjugué à une parabole, sont tangentes à cette courbe.*

En effet, la parabole est tangente à la droite de l'infini. Soient M le point où la droite de l'infini rencontre le côté AB , et γ le point où elle rencontre CB . La tangente menée par M sera une parallèle à AB , rencontrant BC en un point ϵ , tel que ϵ et γ soient conjugués harmoniques de B et de C . Mais γ étant à l'infini, ϵ est au milieu de BC ; donc le théorème est démontré (**).

(*) La polaire de M passant par le point C , les quatre droites MC , MB , $M\gamma$, $M\epsilon$ forment un faisceau harmonique dont MB , MC sont deux rayons conjugués.

(**) La tangente menée à la parabole, parallèlement à la polaire AB de C , est à égale distance de AB et de C . Le point de contact se trouve à l'intersection de la courbe et du diamètre conduit par le pôle C . C'est la

Remarque. — On en déduit le théorème démontré par M. Painvin : le lieu des foyers des paraboles conjuguées à un triangle, est le cercle des neuf points de ce triangle.

Car la parabole est tangente aux côtés du triangle dont les sommets sont aux milieux des côtés du triangle donné; donc, d'après une proposition démontrée dans les *Nouvelles Annales* (1845, p. 245), le lieu des foyers est le cercle circonscrit au second triangle, c'est-à-dire le cercle des neuf points du triangle proposé.
