

MISTER

NEUBERG

Question d’algèbre élémentaire

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 5
(1866), p. 354-355

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1866_2_5_354_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1866, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

QUESTION D'ALGÈBRE ÉLÉMENTAIRE;

PAR MM. MISTER ET NEUBERG,

Professeurs à Nivelles (Belgique).

Quelle est la condition nécessaire pour que les deux valeurs de x soient égales et de même signe dans l'équation (*)

$$(cd - g^2)x^2 - [(1 + a^2)d + (1 + b^2)c - 2abg]\sqrt{1 + a^2 + b^2} \cdot x + (1 + a + b^2)^2 = 0.$$

Si l'on résout cette équation par rapport à x , la quantité sous le radical devra être égale à zéro, ce qui donne

$$[(1 + a^2)d + (1 + b^2)c - 2abg]^2 - 4(cd - g^2)(1 + a^2 + b^2) = 0.$$

Développant le carré et ordonnant par rapport à g , il vient

$$4(1 + a^2 + b^2 + a^2b^2)g^2 - 4ab[(1 + a^2)d + (1 + b^2)c]g + [(1 + a^2)d + (1 + b^2)c]^2 - 4cd(1 + a^2 + b^2) = 0,$$

ou

$$g^2 - \frac{ab[(1 + a^2)d + (1 + b^2)c]}{(1 + a^2)(1 + b^2)}g + \frac{[(1 + a^2)d + (1 + b^2)c]^2 - 4cd(1 + a^2 + b^2)}{4(1 + a^2)(1 + b^2)} = 0.$$

(*) Cette équation est celle qu'on obtient lorsqu'on cherche sur une surface le point pour lequel les deux rayons de courbure principaux sont égaux.

Si l'on complète le carré commencé en g , on aura

$$\left\{ g - \frac{ab[(1+a^2)d + (1+b^2)c]}{2(1+a^2)(1+b^2)} \right\}^2 + \frac{[(1+a^2)d + (1+b^2)c]^2 - 4cd(1+a^2)(1+b^2)}{4(1+a^2)(1+b^2)} - \frac{a^2b^2[(1+a^2)d + (1+b^2)c]^2}{4(1+a^2)^2(1+b^2)^2} = 0;$$

réduisons au même dénominateur, cette égalité pourra s'écrire

$$\left\{ g - \frac{ab[(1+a^2)d + (1+b^2)c]}{2(1+a^2)(1+b^2)} \right\}^2 + \frac{(1+a^2+b^2)\{[(1+a^2)d + (1+b^2)c]^2 - 4cd(1+a^2)(1+b^2)\}}{4(1+a^2)^2(1+b^2)^2} = 0,$$

ou encore

$$\left\{ g - \frac{ab[(1+a^2)d + (1+b^2)c]}{2(1+a^2)(1+b^2)} \right\}^2 + \frac{(1+a^2+b^2)[(1+a^2)d - (1+b^2)c]^2}{4(1+a^2)^2(1+b^2)^2} = 0.$$

Cette somme de carrés ne pourra être nulle que si chaque carré est nul séparément; il faut donc que l'on ait :

$$g = \frac{ab[(1+a^2)d + (1+b^2)c]}{2(1+a^2)(1+b^2)},$$

$$(1+a^2)d = (1+b^2)c,$$

et, par suite,

$$g = \frac{abc}{1+a^2} = \frac{abd}{1+b^2}.$$

Telle est la relation qui doit être satisfaite pour que l'équation proposée ait ses deux racines égales et de même signe.