

HERMITE

Sur le rayon de courbure des courbes gauches

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 5
(1866), p. 297-298

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1866_2_5__297_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1866, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SUR LE RAYON DE COURBURE DES COURBES GAUCHES;

PAR M. HERMITE.

On donne dans l'enseignement un calcul un peu long pour déduire de la formule

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d\varphi}{ds}$$

l'expression du carré de l'inverse du rayon de courbure au moyen des coordonnées x, y, z et de l'arc s , savoir :

$$\frac{1}{\rho^2} = \frac{1}{ds^2} [(dx d^2y - dy d^2x)^2 + (dy d^2z - dz d^2y)^2 + (dz d^2x - dx d^2z)^2],$$

la variable indépendante étant quelconque. On peut l'abrégéer comme il suit.

(*) ($3C_3\theta$) se divise en trois systèmes dont les caractéristiques sont 2 et 4 (voir la note du n° 20).

Soit pour un instant

$$a = \frac{dx}{ds}, \quad b = \frac{dy}{ds}, \quad c = \frac{dz}{ds},$$

et faisons

$$a' = a + da, \quad b' = b + db, \quad c' = c + dc,$$

l'angle de contingence $d\varphi$, sera donné par la formule relative au sinus, savoir :

$$\sin^2 d\varphi = (ab' - ba')^2 + (ac' - ca')^2 + (bc' - cb')^2;$$

de sorte que l'on aura immédiatement $d\varphi^2$ en calculant les expressions $ab' - ba'$, etc. Or on trouve :

$$\begin{aligned} ab' - ba' &= a(b + db) - b(a + da), \\ &= adb - bda, \\ &= \frac{dx}{ds} d \frac{dy}{ds} - \frac{dy}{ds} d \frac{dx}{ds}, \end{aligned}$$

et cette dernière expression donne lieu à la réduction suivante :

$$\begin{aligned} &\frac{dx}{ds} \frac{d^2y}{ds^2} ds - \frac{dy}{ds} \frac{d^2x}{ds^2} ds - \frac{dx d^2x}{ds^2} \\ &- \frac{dx d^2y - dy d^2x}{ds^3}. \end{aligned}$$

On a donc par un calcul bien facile

$$ab' - ba' = \frac{dx d^2y - dy d^2x}{ds^3},$$

et semblablement

$$ac' - ca' = \frac{dx d^2z - dz d^2x}{ds^3},$$

$$bc' - cb' = \frac{dy d^2z - dz d^2y}{ds^3},$$

d'où suit comme on voit la formule annoncée.