NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Bulletin

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 5 (1866), p. 181-189

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1866_2_5__181_0>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1866, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme Numérisation de documents anciens mathématiques

http://www.numdam.org/

BULLETIN.

(Tous les ouvrages annoncés dans ce *Bulletin* se trouvent à la librairie de *Gauthier-Villars*, quai des Augustins, 55.)

II.

Ernest Lamarle, Ingénieur en chef des Ponts et Chaussées, Professeur à l'Université de Gand. — *Sur la stabilité des systèmes liquides en lames minces.* In-4 de 104 pages. (*Mémoires de l'Académie de Belgique*, t. XXXV; 1865.)

Lorsqu'on plonge dans un liquide visqueux un polyèdre dont les arêtes sont solidifiées et existent seules, par exemple un polyèdre dont les arêtes sont formées par des fils de fer, il arrive que des lames de liquide s'attachent à chaque arête solide et se joignent les unes aux autres dans l'intérieur du corps en donnant lieu à des compartiments terminés par des faces planes ou courbes. M. J. Plateau, le célèbre physicien belge, qui a le premier étudié ce genre de phénomène, a trouvé qu'il obéit aux lois suivantes : 1° *dans tout système de lames minces en équilibre stable, la somme des aires est un minimum;* 2° *l'aire de chaque lame est un minimum entre les limites qui la circonscrivent;* 3° *la courbure est constante en chaque point d'une même lame et proportionnelle à la différence des pressions qui agissent de part et d'autre;* 4° *les lames issues d'une même arête liquide sont au nombre de trois;* 5° *les arêtes issues d'un même sommet liquide sont au nombre de quatre;* 6° *les lames issues d'une même arête liquide forment deux à deux des angles égaux : de même, les arêtes issues d'un même sommet liquide forment deux à deux des angles égaux.* Ces lois sont toutes susceptibles de démonstrations rigoureuses; mais si les trois premières sont en partie déjà démontrées, les autres, exclusivement fondées sur l'expérience, laissent subsister, au point de vue théorique, une énorme lacune. M. Lamarle s'est proposé de combler cette lacune, en montrant que les limitations numériques observées résultent nécessairement de la *loi du minimum des aires*.

Le Mémoire de M. Lamarle se partage en deux parties distinctes : l'une purement mathématique, l'autre à la fois théorique et expérimentale. Dans la première, la seule dont nous nous occuperons, l'auteur est amené à résoudre ce problème : *De combien de manières peut-on découper la surface d'une sphère en polygones convexes dont les angles soient tous de* 120 *degrés?* Il arrive à une équation très-simple du premier degré à trois inconnues, et trouve d'abord que parmi toutes les solutions en nombre infini, dix-neuf seulement peuvent être admises. Mais ces dix-neuf solutions, examinées de plus près, se réduisent à sept combinaisons géométriquement possibles et que l'auteur apprend à construire, et, après divers développements trigonométriques, il arrive à démontrer les trois dernières lois.

Le problème que M. Lamarle s'etait posé offrait de grandes difficultés et appelait naturellement le calcul des variations. M. Lamarle a evité ce calcul avec beaucoup de bonheur et n'a eu besoin que des principes de la Géométrie élémentaire et des premières notions de l'Analyse différentielle. On ne peut rien lire de plus élégant que ce Mémoire, où la Géométrie et le calcul sont tour à tour employés et conduisent au but par la voie la plus rapide.

III.

Plateau (J.) — *Recherches expérimentales et théoriques sur les figures d'équilibre d'une masse liquide sans pesanteur.* 6 Mémoires in-4; 1842-61. (*Mémoires de l'Académie de Belgique*, t. XVI à XXXIII.)

Ces ingénieux Mémoires, quoique très-célèbres, sont peu connus. Ils font partie d'une collection qui ne se trouve que dans les grandes Bibliothèques, et les exemplaires tirés à part, en petit nombre, sont difficiles à réunir. Nos lecteurs apprendront avec plaisir que M. Plateau se propose de rassembler toutes ses recherches en un seul ouvrage, qui ne pourra manquer d'intéresser et les physiciens et les géomètres.

IV.

PLATEAU (J.). — *Sur un problème curieux de magnétisme*. 58 pages; 1864. (*Mémoires de l'Académie de Belgique*, t. XXXIV.)

M. Plateau s'est posé ce problème : Ne serait-il pas possible de soutenir en l'air une aiguille aimantée, sans aucun point d'appui et dans un état d'équilibre stable, par des actions émanées d'autres aimants convenablement disposés? Quelques essais sur des combinaisons de barreaux aimantés, qui semblaient devoir produire, au moins sur l'un des pôles, l'effet attendu, ayant échoué, M. Plateau a été porté à soupçonner que le problème général était impossible, et il a cherché à démontrer cette impossibilité par le calcul. La difficulté du problème semblait inextricable, car il fallait supposer absolument quelconques le nombre des centres magnétiques agissant sur l'aiguille, leur distribution, enfin l'espèce et l'intensité de leurs magnétismes; mais M. Plateau, qui manie le calcul aussi bien que l'expérience, et ce n'est pas peu dire, est venu à bout de toutes les difficultés. En exposant cette démonstration d'un fait négatif, M. Plateau évite à d'autres personnes des tentatives inutiles et une perte de temps; d'ailleurs l'impossibilité même de l'équilibre stable désiré, la manière dont elle se manifeste dans le calcul, et enfin la cause qui la détermine, constituent des faits très-curieux.

V.

PAUL DE SAINT-ROBERT. — *Principes de Thermodynamique*. In-8 de VIII-210 pages; 1865.

Pour Aristote, le feu est un être à part, un élément; pour Descartes, c'est un mouvement des dernières parties des corps.

« C'est une telle agitation des petites parties des corps terrestres qu'on nomme encore la chaleur, soit qu'elle ait été excitée par la lumière du Soleil, soit par quelque autre cause. » (*Principes*, IV, 29.) « On doit remarquer que cette agitation des petites parties des corps terrestres est ordinairement cause qu'elles occupent plus de place que lorsqu'elles sont en repos, ou bien qu'elles sont moins agitées. » (*Principes*, 31.) En 1738, l'Académie des Sciences proposa, comme sujet de prix, la question de la nature et de la propagation du feu. La plupart des concurrents, et entre autres le grand Euler, s'arrêtèrent à l'hypothèse du mouvement : « *Ad phenomena explicanda*, » dit ce dernier, « *motus quicumque vehemens minimarum particularum, pro quo innumerabiles hypotheses excogitari possunt, est sufficiens.* » Deux concurrents, M^me^ la Marquise du Châtelet et Voltaire, soutinrent l'existence corporelle et substantielle de la chaleur. La première formula de la manière la plus nette les lois d'une théorie longtemps adoptée : la chaleur est pour elle une substance étendue, divisible, non *pondérable*, dont les molécules se repoussent; c'est un être d'une nature mitoyenne, ni esprit, ni matière, ni espace. Voltaire, au contraire, attribue un poids au feu ou à la chaleur. Voici la raison qu'il en donne : « *Ayant fait peser des masses énormes de fer froides et incandescentes, et leur ayant trouvé le même poids, j'en conclus que le feu qui les pénétroit leur donnoit autant de poids que leur dilatation leur en faisoit perdre, et que par conséquent le feu est réellement pesant.* » Toutefois, la théorie du fluide calorifique eut peu de succès jusqu'aux brillantes découvertes de Lavoisier, époque où elle devint dominante. Aujourd'hui elle croule de toutes parts, et l'on revient à l'hypothèse plus satisfaisante du mouvement des dernières particules des corps. Sous le nom de *Thermodynamique*, M. de Saint-Robert expose en peu de pages la théorie des effets mecaniques de la chaleur et celle de la chaleur produite par les agents mécaniques, d'après les principaux fondateurs de cette science nouvelle, Sadi-Carnot, Mayer, Joule, Thomson, etc. Le chapitre VII, dû entièrement à l'auteur et que celui-ci présente comme un essai, est consacré au mouvement des projectiles dans les armes à feu. Nous signalons l'ouvrage de M. de Saint-Robert aux personnes compétentes.

VI.

ÉDOUARD VILLIÉ, Ingénieur des Mines. — *Thèses présentées à la Faculté des Sciences de Paris.* Première Thèse : *Sur la détermination d'un corps ayant un potentiel donné pour les points qui lui sont extérieurs.* Deuxième Thèse : *Sur l'équilibre d'une masse fluide homogène animée d'un mouvement de rotation uniforme autour d'un axe fixe.* In-4 de IV-90 pages; 1865.

La première Thèse est divisée en quatre parties. Le premier chapitre contient les théorèmes sur l'attraction dus à George Green, à M. Chasles et à Gauss. L'auteur y ajoute quelques remarques et termine en cherchant, avec M. Lamé, la condition pour qu'une fonction de trois variables puisse, égalée à une constante, représenter des surfaces d'égal potentiel dues à l'attraction d'un corps inconnu. Le second chapitre est consacré à la recherche d'une série de solutions du problème qui fait le principal objet de ce travail. Les corps obtenus sont tous limités par des surfaces de niveau. Tous ceux qui répondent à la question ont même masse, même centre de gravité et mêmes axes principaux d'inertie (en direction). L'auteur démontre qu'une surface quelconque étant donnée, on peut toujours la considérer comme une des surfaces extérieures de niveau, dues à l'attraction d'un corps dont le potentiel est, à un facteur constant près, déterminé pour les points extérieurs au corps. Le chapitre III donne une infinité d'autres solutions déduites des premières à l'aide de la transformation par rayons vecteurs réciproques, méthode qui semble ici employée pour la première fois dans une question de physique mathématique. Le chapitre IV resume quelques théorèmes de calcul intégral, conséquences de ce qui précède.

La seconde Thèse se rapporte à un sujet traité par Mac-Laurin, Jacobi, Meyer et M. Liouville, dont l'auteur résume les travaux. Il termine par une recherche qui lui est personnelle, celle de l'équation aux différentielles partielles qui lie la pression à la densité dans une masse fluide en équilibre. L'équilibre ne peut avoir lieu si la vitesse de rotation du système n'est pas constante. Si le mouvement de rotation de la Terre, n'était pas uniforme, comme on cherche à le démontrer, la masse des mers serait donc exposée à des perturbations d'équilibre et nous menacerait sans doute de grandes catastrophes, mais dans un temps fort éloigné.

En résumé, ces Thèses font honneur à M. Villié. On voit qu'il connaît les œuvres des maîtres et qu'il sait y ajouter.

VII.

Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux, t. III, 2e cahier. In-8 de 231 à 498 pages; 1865.

V.-A. Le Besgue (p. 231 à 274). *Tables donnant pour la moindre racine primitive d'un nombre premier ou puissance d'un nombre premier : 1° les nombres qui correspondent aux indices; 2° les indices des nombres premiers et inférieurs au module.* — Ces Tables ne diffèrent de celles de Jacobi (*Canon arithmeticus*) que par le choix des racines primitives qui ont servi à leur formation. C'est toujours la plus petite racine qui a été employée pour chaque module. Les trois Tables de Jacobi ont été réunies en une seule, qui contient, rangés par ordre de grandeur, les modules des nombres premiers et puissances de nombres premiers. La disposition est la même que celle du *Canon*. Pour les modules 2^n, on a évité l'emploi des compléments, et l'usage de la Table devient par là un peu plus simple. Les Tables de Jacobi vont de 1 à 1000, celles-ci s'arrêtent à 200. Si elles venaient à être continuées, on les réduirait de moitié. Les Tables ont été construites par M. Hoüel. Elles occupent les pages 269 à 274 (*). Nous croyons savoir que M. Le Besgue se propose d'en calculer de plus étendues.

A. Baudrimont (p. 418 à 444). *Démonstrations élémentaires relatives à la théorie des nombres premiers.* — L'auteur se plaint que nos Traités d'Arithmétique se bornent à enseigner les calculs nécessaires aux besoins de la vie, et il espère qu'un jour viendra où on y trouvera la théorie générale des nombres. Cela nous paraît difficile, car la théorie générale des nombres est loin d'être faite, et le peu que nous en savons exige la connaissance des parties les plus relevées de l'analyse. Après ce début, M. Baudrimont énonce des propositions qu'il croit neuves et intéressantes, comme par exemple que *tous les nombres premiers sont de l'une des formes* $6n \pm 1$, que *la formule* $mx + r$, *où* m *et* r *sont premiers entre eux, ne donne pas toujours des nombres premiers*, etc. M. Baudrimont conclut de là que la formule $mx + r$, qui a été l'objet de tant de travaux, *méritait à peine l'attention qu'on lui a donnée.* — *N. B.* Les gens qui ont ainsi perdu leur peine s'appelaient Legendre, Dirichlet, Gauss, etc.

Tout le monde sait que $mx + r$ ne donne pas toujours des nombres premiers, mais démontrer que cette formule en donne un nombre infini est une chose un peu moins à la portée du vulgaire.

A. Baudrimont (p. 445 à 447). *Un tétraèdre quelconque est inscriptible dans une sphère.* — M. Baudrimont prétend que ce théorème *important* n'est donné dans aucune Géométrie; il fallait ajouter : connue de M. Baudrimont. Cette proposition est de celles qu'on peut laisser trouver à la sagacité du lecteur, parce qu'elles ont leurs analogues pour l'énoncé et pour la démonstration dans la Géométrie plane. Voici un court extrait qui mettra le lecteur à même de juger en connaissance de cause du mérite de M. Baudrimont comme géomètre :

« Soit un triangle donné : un des côtés pourra être consi-

(*) M. Hoüel vient de reproduire ces Tables avec une introduction de 8 pages dans un opuscule intitulé : *Tables arithmétiques pour servir d'appendices à l'introduction à la Théorie des nombres de M. Le Besgue.* Paris, Gauthier-Villars; in-8.

deré comme la corde d'un cercle, et pourra, par conséquent, *toucher* une circonférence par ses deux extrémités, pourvu qu'il puisse y être contenu.

» Si le troisième angle du triangle donné ne touche pas la circonférence, il est ÉVIDENT qu'on pourra l'y amener en faisant varier la grandeur du cercle, sans que pour cela les deux autres points cessent d'être en contact avec la circonference.

» On peut donc démontrer ainsi qu'un triangle est inscriptible dans un cercle. »

On regrette de trouver de pareilles élucubrations dans les *Mémoires* d'une Académie qui compte parmi ses membres MM. Abria, Hoüel, Lespiault, Le Besgue, pour ne parler que des géomètres.

VIII.

LONCHAMPT (A.) — *Recueil de problèmes posés dans les examens d'admission à l'École Polytechnique et à l'École Centrale, ainsi que dans les conférences des principales Écoles préparatoires* (Exercices et solutions). Vol. grand in-8 lithographié de VIII-480 pages. Librairie Gauthier-Villars. — Prix : 8 francs.

Cet ouvrage renferme 870 problèmes ou théorèmes. C'est donc une mine très-riche d'exercices, qui ne peuvent qu'intéresser les candidats à nos Écoles.

IX.

GERONO et CASSANAC. — *Éléments de Géométrie descriptive à l'usage des aspirants aux Écoles du Gouvernement.* 2 vol. in-8; texte, IV-244 pages, et atlas; 1866.

Cette nouvelle édition, revue et augmentée, contient dans un Appendice des notions relatives au changement des plans de projection et aux plans cotés.

X.

Aristide Quintilien. — *Passage du* Traité de la Musique, *relatif au nombre nuptial de Platon*, traduit par M. *Vincent* et par M. *H. Martin*, etc. In-4 de 14 pages; 1865.

« On ne s'imagine, dit Pascal, Platon et Aristote qu'avec de grandes robes de pédants. C'étaient des gens honnêtes et, comme les autres, riant avec leurs amis; et quand ils se sont divertis à faire leurs *Lois* et leur *Politique*, ils l'ont fait en se jouant. » Un savant géomètre, qui a fait une étude approfondie de Platon, et qui n'est pas éloigné de penser comme Pascal, nous apprend que le fameux nombre nuptial désigne l'âge le plus propre à contracter mariage. Platon le cache sous une énigme qu'il propose moitié sérieusement, moitié en riant. Si cela est, le nombre d'Aristide Quintilien n'a aucun rapport avec le nombre nuptial. Il faut croire, toutefois, que ce passage a de l'importance, puisque deux hellénistes distingués se sont donné la peine de le traduire. Cette double traduction est suivie de deux Notes de M. Martin, l'une sur l'époque de l'astronome Ptolémée, l'autre sur l'époque d'Aristide Quintilien. Le premier a vécu sous les règnes d'Adrien, d'Antonin et de Marc-Aurèle, au second siècle de notre ère. Aristide Quintilien paraît être un peu antérieur à Ptolémée.

P.