

QAHER BEY

**Sur la résolution de l'équation
transcendante $a^x + b^x = c^x$**

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 5
(1866), p. 129-130

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1866_2_5__129_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1866, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SUR LA RÉOLUTION DE L'ÉQUATION TRANSCENDANTE

$$a^x + b^x = c^x$$

(voir 2^e série, t. IV, p. 454);

PAR M. QAHER BEY.

On a

$$a^x + b^x = c^x,$$

$$\left(\frac{a}{c}\right)^x + \left(\frac{b}{c}\right)^x = 1,$$

$$\left(\frac{a}{c}\right)^x = \sin^2 \varphi, \quad \left(\frac{b}{c}\right)^x = \cos^2 \varphi,$$

$$x \log \frac{a}{c} = 2 \log \sin \varphi, \quad x \log \frac{b}{c} = 2 \log \cos \varphi,$$

$$\frac{\log \frac{a}{c}}{\log \frac{b}{c}} = \frac{\log \sin \varphi}{\log \cos \varphi}.$$

Soit

$$m = \frac{\log \frac{a}{c}}{\log \frac{b}{c}},$$

une quantité facile à calculer :

$$\frac{\log \sin \varphi}{\log \cos \varphi} = m,$$

$$\log \sin \varphi = m \log \cos \varphi,$$

$$\sin \varphi = \cos^m \varphi,$$

$$\sin^2 \varphi = \cos^{2m} \varphi.$$

Il en résulte

$$\cos^{2m} \varphi + \cos^2 \varphi - 1 = 0.$$

C'est une équation à trois termes que l'on résout comme on veut, avec la formule de Lagrange, par exemple.

Alors

$$x = \frac{2 \log \cos \varphi}{\log \frac{b}{c}}.$$

Note du rédacteur. — Ce calcul suppose a et b moindres que c . Si l'on avait $a < c$, $b < c$, il suffirait de poser $x = -y$, et l'on aurait à résoudre l'équation

$$\left(\frac{1}{a}\right)^x + \left(\frac{1}{b}\right)^x = \left(\frac{1}{c}\right)^x$$

qui rentre dans le cas examiné par M. Qàher-Bey.
