NOMBEL

Section du tore par un plan et par une sphère bitangents

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 4 (1865), p. 346-347

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1865_2_4__346_1>

SECTION DU TORE
PAR UN PLAN ET PAR UNE SPHÈRE BITANGENTS;

PAR M. NOMBEL,
Élève de l'École Polytechnique.

THÉORÈME. — *La section d'un tore par un plan bitangent est l'ensemble de deux circonférences.*

Le cercle de l'infini peut être considéré comme un parallèle double de la surface; donc toute section plane du tore a pour points doubles les deux points d'intersection de son plan et de ce cercle, c'est-à-dire les deux points de l'infini par lesquels passent tous les cercles de ce plan.

Si en particulier on coupe la surface par un plan bitangent, la courbe obtenue est du quatrième degré et a quatre points doubles; elle est donc l'ensemble de deux coniques. Or, chacune de ces coniques passe par les deux points de l'infini qui appartiennent à tous les cercles; la section se compose donc de deux cercles.

Ce qui précède démontre en outre que l'on ne peut placer sur le tore d'autres coniques que le cercle.

THÉORÈME. — *La section d'un tore par une sphère bitangente est l'ensemble de deux circonférences.*

Il faut d'abord remarquer que la portion située à distance finie de la courbe d'intersection d'une sphère et d'un tore est une ligne du quatrième ordre seulement. La raison en est que la sphère contient le parallèle double du tore.

Cela posé, considérons une sphère bitangente. Le plan méridien du tore qui passe par le centre de la sphère contient les deux points de contact des deux surfaces. Le cylindre projetant la courbe d'intersection sur ce plan est du second degré; il est d'ailleurs évidemment bitangent à la sphère. Sa courbe d'intersection avec la sphère, qui n'est autre que celle du tore et de la sphère, se compose donc de deux cercles.

Ainsi, la section d'un tore par une sphère bitangente se compose de deux circonférences.

Note. — M. E. West nous a remis une démonstration fondée sur les mêmes principes. Au moyen de la transformation par rayons vecteurs réciproques, il étend à la cyclide quelques propriétés du tore, travail déjà fait, et plus complétement, par M. Mannheim (t. XIX, p. 65).