Remarques sur les compositions de trigonométrie et de mathématiques faites en 1864 pour l'admission à l'École polytechnique

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 4 (1865), p. 277-280

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1865_2_4__277_1>

REMARQUES

sur les compositions de Trigonométrie et de Mathématiques faites en 1864 pour l'admission à l'École Polytechnique.

Composition de Trigonométrie.

Cette épreuve a pour but de s'assurer que les candidats sont capables de se servir des Tables de logarithmes et de conduire à bien un calcul de quelque étendue. La nécessité du calcul numérique n'a pas besoin d'être démontrée, puisque c'est à cela que reviennent la plupart des applications. Il importe donc que les jeunes gens contractent de bonne heure l'habitude d'opérer sur les nombres et de le faire avec ordre et méthode. D'ailleurs, et cette raison ne sera pas celle qui touchera le moins les candidats, le coefficient attaché à la composition trigonométrique, sans être très-considérable, ne laisse pas d'avoir une certaine influence sur le classement, et par conséquent peut décider de l'admission ou de la non-admission de ceux qui arrivent à la fin de la liste.

La composition de 1864 a été généralement assez bien faite : la moyenne était 14,47. Plus de quarante candidats ont obtenu la note 19 ou la note 20. La plupart des fautes commises ont été faites dans le calcul de

$$\frac{A+B}{2} = 90^\circ - \frac{C}{2}.$$

L'erreur s'apercevrait toujours et pourrait se corriger avant de passer à d'autres calculs, si l'on faisait la vérification

$$A + B + C = 180^\circ.$$

Quelques élèves ont donné plus qu'on ne leur demandait, par exemple la surface du triangle, le rayon du cercle circonscrit. C'est un tort, le correcteur ne tenant aucun compte de ces calculs supplémentaires. Si l'on a du temps à la fin de la séance, il vaut beaucoup mieux l'employer à vérifier les résultats obtenus.

Composition de Mathématiques.

La question à résoudre était la suivante :

On donne le cercle représenté par l'équation

$$x^2 + y^2 = 1$$

et la parabole représentée par l'équation

$$\beta^2 x^2 - 2\alpha\beta xy + \alpha^2 y^2 + 2\alpha x + 2\beta y = \frac{3\alpha^2 + \beta^2 - 1}{\alpha^2},$$

où α et β sont des paramètres positifs quelconques.

On propose de déterminer : 1° le nombre des points réels communs aux deux courbes pour les différentes valeurs de α et de β; 2° les coordonnées des quatre points communs lorsque

$$\alpha^2 + \beta^2 = 1,$$

lorsque

$$\alpha = 1 \quad \text{avec} \quad \beta > 0,$$

lorsque

$$\beta = \sqrt{(\alpha^2 - 1)(4\alpha^2 - 1)}.$$

La méthode la plus simple pour résoudre cette question consiste à rapporter la parabole à son axe. On est ainsi ramené à déterminer l'intersection de deux courbes ayant un axe commun et la recherche des points inconnus n'offre plus aucune difficulté.

On pouvait encore employer la méthode dite de l'équation en λ, et c'est à elle qu'a eu recours la majorité des candidats. L'équation en λ est du troisième degré, l'une des racines est $-(\alpha^2 + \beta^2)$ et les deux autres s'obtiennent par la résolution d'une équation du second degré. Le calcul peut donc être poussé jusqu'au bout.

Toute la difficulté consistait dans la discussion des résultats; généralement cette partie de la composition a été manquée. La plupart des élèves se sont bornés à dire ce qui arriverait si les racines de l'équation étaient réelles et inégales, égales, imaginaires, mais n'ont point dit pour quelles relations entre α et β ces circonstances devaient se présenter. La meilleure note a été 17 et trois ou quatre copies seulement l'ont méritée : la moyenne générale s'élevait de quelques dixièmes au-dessus de dix.

La discussion dépendant de deux indéterminées α et β, il était naturel de les considérer comme les coordonnées d'un point du plan. Les solutions multiples correspondent à la position de ce point sur certaines courbes faciles à tracer. Ces courbes partagent le plan en diverses régions, qui correspondent à 0, à 2, à 4 solutions distinctes.

On a déjà signalé dans les comptes rendus des compositions de 1862 et de 1863 le peu d'habileté des élèves à discuter les problèmes. Il y a là une situation fâcheuse à laquelle il importe de remédier et nous la signalons aux professeurs. Un problème qui n'est pas discuté n'est pas un problème résolu : c'est comme un dessin aux contours indécis où l'œil ne distingue que des formes vagues. Il y a des méthodes rapides, précieuses à quelques égards, où l'infini est traité comme le fini, l'imaginaire comme le réel. La facilité qu'elles offrent dans certaines questions trompe les élèves. Ils s'imaginent que les formules n'ont plus d'exception, qu'il n'y a plus de cas particuliers à distinguer, par suite plus de discussion. C'est une erreur. Les exceptions, les cas particuliers n'existent pas moins, mais leur diversité est cachée sous l'uniformité d'un langage conventionnel. Il faut les dégager. Après avoir regardé de haut, il faut regarder de près.