

PIGEON

Théorèmes

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 4
(1865), p. 275-277

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1865_2_4__275_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1865, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

THÉORÈMES;

PAR M. PIGEON,

Élève de l'École Polytechnique.

I. Si, dans une hyperbole équilatère, on déplace d'une façon arbitraire un angle donné, la droite qui joint les milieux des cordes déterminées par la courbe sur les côtés de cet angle est vue du centre sous un angle constant.

II. Si les côtés d'un angle mobile glissent sur les sommets opposés d'un rectangle, fixe ou mobile, circonscrit à une ellipse, les droites qui joignent les pôles des côtés de cet angle respectivement aux sommets sur lesquels ils glissent font un angle constant.

Si le rectangle circonscrit est fixe et a ses sommets sur les axes de l'ellipse, on peut, au lieu de deux sommets opposés, prendre deux sommets consécutifs.

III. Deux coniques étant situées dans un même plan, il existe deux points tels, que si une transversale mobile pivote autour de l'un d'eux A , la droite qui joint les pôles de cette transversale par rapport aux deux coniques est vue du point considéré A sous un angle constant.

Les deux points en question ne changent pas quand les coniques pivotent autour de leurs centres.

IV. Si dans une surface réglée et fermée, à génératrice réelle ou imaginaire, on mène quatre plans parallèles et

équidistants, la différence des aires des sections moyennes est constamment égale au tiers de la différence des aires des sections extrêmes, quelles que soient l'orientation et la distance des plans sécants.

V. Si dans une surface réglée et fermée, à génératrice réelle ou imaginaire, on mène cinq plans parallèles et équidistants, on obtient ainsi quatre segments consécutifs tels, que la différence des segments moyens est constamment égale au tiers de la différence des segments extrêmes.

VI. Si de m points donnés arbitrairement dans l'espace on abaisse des perpendiculaires sur tous les côtés d'un polygone régulier, la somme des carrés de ces perpendiculaires reste constante : 1° quand le polygone pivote autour de son centre dans le cercle où il est inscrit; 2° quand le système des m points tourne autour de la perpendiculaire abaissée de son centre de gravité sur le plan du polygone.

Dans ces conditions, la moyenne de ces carrés est en outre indépendante du nombre des côtés du polygone.

VII. Si de m points donnés arbitrairement dans l'espace on abaisse des perpendiculaires sur tous les côtés d'un polygone régulier, et qu'on projette ces perpendiculaires sur une droite arbitraire fixe, la somme de ces projections reste constante : 1° quand le polygone pivote autour de son centre dans le cercle où il est inscrit; 2° quel que soit le rayon de ce cercle; 3° de quelque façon que se déforme le système des m points, pourvu que son centre de gravité reste fixe.

Dans ces conditions, la moyenne arithmétique des projections est en outre indépendante et du nombre des côtés du polygone et du nombre des points d'où l'on abaisse les perpendiculaires.

VIII. Dans un polygone régulier de m côtés, la somme des carrés de toutes les droites, côtés et diagonales, qu'on peut mener entre deux sommets, est égale à $m^2 R^2$, R étant le rayon du cercle circonscrit.

Si l'on projette le polygone sur un plan, cette somme devient $m^2 \frac{a^2 + b^2}{2}$, a et b étant les axes de l'ellipse projection du cercle circonscrit.

IX. Un prisme régulier indéfini tourne autour de son axe. Deux plans fixes arbitraires le coupent et y déterminent à chaque instant un tronc de prisme variable.

Toute fonction symétrique rationnelle et entière des arêtes latérales de ce tronc de prisme est constante, pourvu que le degré de cette fonction soit inférieur au nombre des arêtes.