NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

# Correspondance

*Nouvelles annales de mathématiques 2e série*, tome 4 (1865), p. 232-235

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1865_2_4__232_1>

## CORRESPONDANCE.

1. Nous avons reçu trop tard pour la mentionner dans notre numéro de mars une solution de la question 700 par M. Beltrami, professeur à l'Université de Pise. Comme M. Durrande, M. Beltrami emploie les

(*) Cette démonstration suppose que quatre cercles qui passent par un même point peuvent être considérés comme les réciproques de quatre droites telles, que les quatre circonférences circonscrites aux quatre triangles du quadrilatère complet formé par ces droites passent par le pôle de transformation. Cela est-il toujours possible ? P.

coordonnées elliptiques et arrive à l'équation

$$(1) \qquad \mu^2 + \nu^2 = \beta^2;$$

mais il conclut le théorème de M. Strebor de ce que cette équation ne contient pas le paramètre $\rho$, parce qu'en général, dans tout système de coordonnées curvilignes et orthogonales, toute équation qui ne renferme que deux paramètres $(\mu, \nu)$ coupe orthogonalement toutes les surfaces caractérisées par une valeur constante du troisième paramètre $(\rho)$. M. Beltrami fait en outre les observations suivantes : 1° le lieu des sections circulaires diamétrales des hyperboloïdes homofocaux à une nappe coupe orthogonalement ces hyperboloïdes ; 2° l'équation (1) représente une surface du quatrième degré et possède une droite double qui est l'axe des $y$; tout plan mené par cette droite coupe la surface suivant un cercle.

2. *M. Frédéric Burnier, de Morges, canton de Vaud* (*Suisse*). — « Je prends la liberté de vous communiquer une formule qui peut être considérée comme une extension de celle de Maskelyne pour le calcul des logarithmes des sinus et des tangentes des petits angles. J'y suis arrivé en développant $\log \frac{\sin x}{x}$ et $\log \operatorname{séc} x = -\log \cos x$ en séries, puis en renversant la seconde et substituant dans la première. On trouve ainsi

$$\log \frac{\sin x}{x} = -\frac{1}{3} \log \operatorname{séc} x + \frac{4}{45 . \mathrm{M}} (\log \operatorname{séc} x)^2 - \frac{8}{2835 \mathrm{M}^2} (\log \operatorname{séc} x)^3 + \ldots .$$

Le dernier terme écrit atteint une unité du neuvième ordre décimal pour une valeur de $\log \operatorname{séc} x$ correspondant à l'angle de 7°49'. En le négligeant on aurait la formule pratique suivante :

$$\log \frac{\sin x}{x} = \log 1'' - \frac{1}{3} \log \text{séc} x + 0,204674 (\log \text{séc} x)^2.$$

De même pour la tangente,

$$\log \frac{\tang x}{x} = \log 1'' + \frac{2}{3} \log \text{séc} x + 0,204674 (\log \text{séc} x)^2. »$$

Nous remercions M. Burnier pour la communication de ces formules, qui peuvent être utiles dans le calcul des quantités S et T des Tables de logarithmes (*)..

3. *La différence entre l'aire de la podaire du centre d'une ellipse et l'aire de la podaire du centre de la développée est égale à l'aire de l'ellipse donnée.* Ce théorème est communiqué, avec une démonstration purement analytique, par MM. Flandre et Grassat, élèves du lycée de Lyon.

4. *M. Picart, professeur au lycée Charlemagne.* — Si $\rho$ désigne le rayon de courbure d'une courbe en un point, $ds$ l'élément de la courbe, l'angle $\varepsilon$, que forme le rayon vecteur allant du foyer de la parabole osculatrice avec la normale, sera donné par la formule

$$3 \tang \varepsilon = \frac{d\rho}{ds};$$

la longueur de ce rayon vecteur est $\frac{\rho}{2} \cos \varepsilon$. Le paramètre de la parabole osculatrice est $\rho \cos^3 \varepsilon$. De là on déduit ce théorème : *Le lieu des foyers des paraboles osculatrices à une spirale logarithmique est une spirale semblable.*

5. Soient M un point d'une ellipse ayant pour axes

(*) Depuis que ceci est écrit, M. Burnier a publié ses formules dans le *Bulletin de la Société vaudoise*, n° 52.

$2a$ et $2b$; M′ et M″ les points du cercle construit sur le grand axe comme diamètre, et situés sur une perpendiculaire à cet axe menée par M; O le centre de l'ellipse : *La normale à l'ellipse au point* M *rencontre les rayons* OM′ *et* OM″ *aux points* P, P′ *situés sur des cercles concentriques à l'ellipse et ayant respectivement pour rayons* $a+b$ *et* $a-b$.

Ce théorème est une conséquence évidente de la règle connue pour construire une ellipse dont on a deux diamètres conjugués. M. Durrande, qui nous le communique, en déduit le moyen de construire une normale à l'ellipse, sans que la courbe soit tracée. Le théorème de M. Durrande s'énonce encore de la manière suivante : *Si dans deux cercles concentriques on mène deux rayons variables* OP *et* OP′ *également inclinés sur un diamètre fixe, le milieu* M *de* PP′ *décrira une ellipse ayant* PP′ *pour normale au point* M, *et pour axes la somme et la différence des rayons des cercles.*

Le même théorème et ses conséquences pour mener des normales à l'ellipse ont été donnés par M. Egger, professeur à Pavie, dans le tome VI, n° 1, des *Annali di Matematica,* livraison qui porte la date de 1864, quoique ayant paru au mois de janvier 1865.

6. On nous a demandé ce que signifie l'expression *podaire négative* d'une courbe, employée dans la question 718, p. 48. On entend par là une courbe dont la podaire est la courbe proposée.

7. M. Rafaele Rubini nous fait savoir que c'est à tort qu'on lui a attribué la solution de la question 398, p. 76, dont il ne s'est jamais occupé. Nous avons été induit en erreur à cette occasion par une mention de M. Terquem qui attribuait à M. Rubini cet article sans signature.