Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 3 (1864), p. 550-560

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1864_2_3__550_0>

BIBLIOGRAPHIE.

TRAITÉ DE CALCUL DIFFÉRENTIEL ET DE CALCUL INTÉGRAL; par M. *J. Bertrand,* membre de l'Institut, professeur à l'École Polytechnique et au Collége de France. CALCUL DIFFÉRENTIEL (*), beau volume in-4 de XLIV-780 pages avec figures dans le texte. Paris, 1864. Imprimerie et librairie de Gauthier-Villars. — Prix : 30 francs.

L'Ouvrage dont M. Bertrand nous donne aujourd'hui le premier volume est destiné à faire connaître l'*Analyse infinitésimale* dans l'état où l'ont amenée les travaux les plus récents. Il est appelé à remplacer le grand Ouvrage de Lacroix, livre utile pour l'époque où il parut, mais fort arriéré depuis les découvertes de Cauchy, de Jacobi, de Gauss et de beaucoup d'autres Géomètres éminents de notre époque.

L'invention de ce que pendant longtemps on a appelé *les nouveaux calculs* fut une des plus brillantes du XVIIe siècle, époque où les sciences jetèrent un si vif éclat. Cependant il ne faudrait pas croire que l'*Analyse infinitésimale* ait été saluée à sa naissance comme un événement. Les grandes inventions, comme tous les phénomènes de l'ordre moral ou de l'ordre physique, sont soumises à ce que Leibniz a nommé *la loi de continuité:* elles ont de petits commencements, et leur importance ne se révèle qu'à la longue, par leurs fruits. Quand Leibniz

(*) Sous le rapport typographique, ce volume fait le plus grand honneur à l'imprimerie Mallet-Bachelier, aujourd'hui Gauthier-Villars, si habilement dirigée par M. Bailleul.

dépose le premier germe de la méthode dans un tout petit article de huit pages, il s'agit tout simplement d'une *Nouvelle méthode pour les maxima et les minima et les tangentes, qui n'est point arrêtée par les fractions ou par les radicaux, avec un nouveau genre de calcul pour ces sortes de questions* (*). Newton, qui avait fait de son côté la même découverte, l'expose incidemment dans le lemme II de la VIII[e] proposition du second Livre des *Principes* (**), et n'en parle plus dans la suite de son ouvrage. Les illustres inventeurs avaient pour ainsi dire découvert un monde sans s'en douter.

Cependant la nouvelle méthode ne tarda pas à se répandre, surtout sur le continent. Cultivée, avec les notations de Leibniz, par les frères Bernoulli, le marquis de l'Hospital, Varignon, elle donna la solution de questions qu'on n'eût pas osé aborder par les anciennes méthodes. Ce ne fut néanmoins qu'après vingt ans de découvertes brillantes que les partisans des deux grands Géomètres soulevèrent une question de priorité et donnèrent lieu à une dispute à laquelle Leibniz et Newton devaient se mêler un peu plus tard.

Nous ne pouvons entrer ici dans les détails d'une controverse fameuse qui, aujourd'hui encore, ne paraît pas tout à fait apaisée. Les Géomètres qui y ont pris part ont trop souvent employé la forme du réquisitoire, c'est-à-dire qu'ils ont cherché des *indices* dans des circonstances étrangères à la question et plus propres à passionner le débat qu'à l'éclairer (***). Sans doute, dans le feu de la dispute où les deux adversaires se laissèrent entraî-

---

(*) *Acta Lipsiæ*, 1684.

(**) *Philosophiæ naturalis principia mathematica*, 1687.

(***) Voici comment M. Lefort termine sa nouvelle et précieuse édition du *Commercium epistolicum de Analysi promota* : « Newton inspire l'adminer par des amis trop ardents, ils eurent quelques torts réciproques. Mais, à de si illustres accusés, ne devrait-on pas accorder au moins le bénéfice des circonstances atténuantes (*), et excuser quelques vivacités de polémique, quand il s'agissait non-seulement de leur gloire, mais de leur honneur lui-même?

Pour bien juger cette fameuse querelle, il faut dégager les faits de tous les commentaires passionnés et de toutes les circonstances étrangères à la question. C'est ce qu'a fait M. Bertrand avec une grande hauteur de vue, et il arrive à cette conclusion que Newton et Leibniz ont un égal droit a la gloire de l'invention dont ils ont accepté sans réclamation le partage pendant vingt-cinq ans. « Il » n'existe, dit-il, aucune preuve contre la parfaite can- » deur des grands génies qui sont en cause, et l'on doit » accorder a tous deux l'honneur de la découverte qu'ils » déclarent tous deux avoir faite.... »

Et plus loin :

» ration, Leibniz attire davantage Pour moi, il y a tout un monde de » passions et de préjugés entre l'esprit généreux qui correspondait avec » Bossuet et rêvait la réunion de toutes les communions chrétiennes, et le » sectaire ardent qui commentait l'*Apocalypse* et signalait l'Église de » Rome dans la onzième corne du quatrième animal de Daniel » Qu'est-ce que tout cela fait a la question de priorité, et en quoi l'intolérance de Newton est-elle plus blamable que l'intolérance de Bossuet?

(*) Pour montrer le mauvais caractère de Newton, des écrivains sérieux ont cité le témoignage de Whiston, son ami Étrange ami, en vérité! Whiston vit dans l'intimité de Newton, en reçoit des bienfaits, est désigné par lui pour le remplacer dans sa chaire de Cambridge, tant que Newton vit, Whiston ne cesse d'écrire d'humbles commentaires sur les œuvres de son maître, mais lui mort, il l'attaque, et pour justifier une telle conduite, il lance contre Newton une accusation ou le ridicule le dispute a l'odieux « S'il eut été vivant quand j'écrivis contre sa chronolo- » gie, je n'eusse pas osé publier ma réfutation, car, d'après la connais- » sance que j'avais de ses habitudes, j'aurais du craindre qu'il ne me tuât! » Newton avait-il donc l'*habitude* de tuer ceux qui n'étaient pas de son avis?

« Leibniz et Newton partagent donc la gloire d'avoir
» inventé le *Calcul différentiel*, et, quoique différem-
» ment illustres, chacun d'eux doit être tenu pour ho-
» noré de s'être rencontré avec un tel émule. Bien qu'ils
» soient complétement d'accord sur le fond, on retrouve
» dans la forme qu'ils ont adoptée l'empreinte de leurs
» génies si dissemblables. L'un, plus préoccupé des lois
» de l'univers que de celles de l'esprit humain, semble
» voir surtout dans les nouvelles méthodes l'instrument
» de ses efforts pour pénétrer la nature, et leur assignant
» un but plus élevé en a mieux montré toute la portée.
» L'autre, qui mettait sa gloire à perfectionner l'art d'in-
» venter, a plus nettement marqué la route, et nous
» suivons encore les traces lumineuses qu'il a laissées.
» Le premier, ne produisant ses découvertes qu'après en
» avoir longuement mûri la forme, a pu donner à ses tra-
» vaux quelque chose de plus achevé et de plus ferme,
» et faire jaillir de sa pensée toutes les vérités qu'elle
» contient. Le second, plus habitué à marquer les grands
» traits, se plaisait à remuer les questions les plus va-
» riées, en éveillant des idées justes et fécondes qu'il
» laissait à d'autres le soin de suivre et de développer.
» Newton se croyait rarement obligé à énoncer la règle
» avant d'en faire l'application. Leibniz, au contraire,
» aimait à donner des préceptes et se montrait plus em-
» pressé à proposer de beaux problèmes qu'à suivre les
» détails de leurs solutions. Si Newton, plus diligent,
» avait publié dix ans plus tôt sa théorie des fluxions, le
» nom de Leibniz resterait un des plus grands dans l'his-
» toire de l'esprit humain; mais, tout en le comptant
» parmi les géomètres du premier ordre, c'est à ses idées
» philosophiques et à l'universalité de ses travaux que la
» postérité attacherait surtout sa gloire. Si Leibniz, au
» contraire, abordant plus tôt l'étude des Mathémati-

» ques, avait pu ravir à son rival l'honneur de leur
» commune découverte, on n'admirerait pas moins, dans
» le livre des *Principes*, avec la majesté des résultats obtenus, l'incomparable éclat des détails, et, en perdant
» ses droits à l'invention de *la méthode qui s'y trouve*
» *employée avec tant d'art*, Newton resterait placé au
» rang qu'il occupe aujourd'hui parmi les géomètres, je
» veux dire à côté d'Archimède et au-dessus de tous les
» autres. »

Il est impossible de mieux rendre le caractère propre de chaque rival, et cette heureuse diversité de génie qui a plus servi la science que ne l'aurait fait une entière conformité de vues. Il y a cependant un point sur lequel nous ne pouvons pas être tout à fait d'accord avec M. Bertrand. Si Newton, dans son livre des *Principes, a employé avec tant d'art la méthode infinitésimale,* il faut avouer que cet art était bien caché, puisque le calcul des fluxions n'apparaît à la surface qu'en deux ou trois endroits de l'ouvrage. A la vérité, c'est une opinion assez répandue que Newton avait obtenu par le calcul tout ce qu'il y a d'important dans ses Principes, mais que pour dissimuler sa marche il avait présenté les résultats sous une forme purement géométrique. Mais nous ne pouvons voir là qu'une conjecture dénuée de preuves et due à une sorte de préjugé, car il y a des préjugés même en Mathématiques. Vers le milieu du dernier siècle, la Géométrie était devenue comme une langue étrangère à la plupart des mathématiciens. Euclide, qu'on ne lisait plus, passait pour un auteur plein d'obscurités impénétrables (*),

(*) M. Biot, auquel on doit tant de précieux éclaircissements sur la vie de Newton, tombe dans ce préjugé : « Qu'après avoir étudié, dit-il, les
» premières propositions d'Euclide, Newton ait successivement cherché et
» trouvé la démonstration des autres par lui-même, plutôt que de s'en-
» foncer dans une lecture *si excessivement pénible par les formes dont elle*

et ceux qui employaient exclusivement le calcul, ou ce que l'on appelle improprement l'*Analyse mathématique*, croyaient de bonne foi qu'il n'y a pas d'autre instrument de découverte. Sans doute Newton n'a pas donné le premier jet de son esprit, et, par cela même qu'il élevait lentement (*) un système dont toutes les parties devaient se lier et se soutenir mutuellement, il a dû bien souvent revenir sur l'ordre qui s'était offert à lui tout d'abord; mais rien n'autorise à croire qu'il se soit imposé cette gêne perpétuelle de penser dans une langue et d'écrire dans une autre. Et pourquoi se donner tant de mal? Pour dissimuler la route suivie? Il faudrait donc supposer que Newton, par je ne sais quelle vanité inintelligente, aurait caché des découvertes analytiques du premier ordre, et qui pouvaient ajouter à sa gloire déjà si grande.

Ces raisons suffisent pour rejeter une hypothèse qui, d'ailleurs, comme nous l'avons déjà dit, n'est appuyée sur aucune preuve authentique. Nous croyons, avec M. Chasles, un bon juge en fait d'invention géométrique, que Newton a trouvé la plupart de ses inventions par la Géométrie, et que le meilleur moyen de faciliter la lecture de son immortel ouvrage serait un Commentaire fait dans l'esprit et les formes de la Géométrie moderne.

» *est hérissée*, voilà ce qui peut se comprendre; et surtout s'il avait déjà » pris connaissance des mêmes propositions pour ses jeux d'enfant, dans » quelque livre vulgaire, on concevra mieux encore qu'il ait jugé inutile » de perdre son temps dans une *si fatigante lecture*. » Ainsi, voilà M. Biot obligé de recourir à des hypothèses plutôt que d'admettre qu'une intelligence comme celle de Newton a pu comprendre un livre elémentaire qui aujourd'hui encore initie les jeunes Anglais à la connaissance de la Géométrie.

(*) C'est cette lenteur qui a fait accuser Newton de cacher obstinément ses inventions, comme si l'auteur d'un ouvrage de longue haleine était tenu de le communiquer au public chapitre par chapitre.

Après cette digression, peut-être un peu longue, sur un point d'histoire à peine effleuré par M. Bertrand, nous laisserons sa Préface si remarquable pour nous occuper du fond de l'ouvrage.

Le nouveau *Traité de Calcul différentiel* est divisé en trois Livres.

Le premier Livre, divisé en huit Chapitres, est consacré à l'*étude des différentielles et des dérivées*.

Dans le premier Chapitre, l'Auteur établit les *notions fondamentales sur les différents ordres d'infiniment petits* et les théorèmes par lesquels on démontre dans quels cas on peut négliger certaines quantités sans altérer le résultat définitif du calcul. Des applications géométriques montrent immédiatement le vrai sens des termes employés. Les objections que l'on a faites bien souvent à la *méthode infinitésimale* sont presque toujours des querelles de mots : elles tombent dès qu'on ne voit dans certaines formes de langage que des phrases abrégées, dont le sens ne doit pas être cherché ailleurs que dans les locutions complètes qu'elles sont destinées à remplacer. En un mot, le *Calcul différentiel* est une langue qu'on apprendra plutôt par l'usage que par les longues dissertations des grammairiens.

Le second Chapitre est consacré *aux dérivées et aux différentielles du premier ordre*. C'est une théorie devenue aujourd'hui élémentaire et qu'on enseigne avec raison dans les Cours de Mathématiques spéciales.

Dans le troisième Chapitre, M. Bertrand expose la théorie entièrement neuve des *déterminants de fonctions*. L'analogie entre les déterminants et les dérivées est complète, et l'importance des applications donne à cette ingénieuse conception de Jacobi le droit de figurer parmi les principes de la science.

Les autres Chapitres de ce Livre font connaître *les dé-*

rivées d'ordre supérieur au premier, les différentielles des fonctions définies géométriquement, les formules relatives au changement des variables indépendantes et la formation des équations différentielles.

Le Livre II traite *des séries*. Il est divisé en dix Chapitres qui comprennent *une étude générale des séries* : la *série de Taylor et celle de Lagrange*, avec leurs principales applications, *les développements en fraction continue ou en produit d'un nombre infini de facteurs, la théorie des fonctions d'une variable imaginaire et celle des résidus* d'après Cauchy. Les deux derniers Chapitres, qui ne se lient pas d'une manière bien naturelle à l'objet du Livre II, font connaître *la valeur des expressions qui se présentent sous une forme indéterminée*, ainsi que *la théorie des maxima et des minima*.

Le Livre III comprend *les applications géométriques* qui n'ont pu trouver place dans le Livre précédent. On y étudie la courbure des lignes et des surfaces, la théorie des courbes à double courbure, celle des lignes de courbure et les propriétés des lignes tracées sur une surface.

Chaque Chapitre est suivi, sous le titre d'*Exercices*, d'un certain nombre de théorèmes qui n'étaient pas de nature à prendre place dans l'ensemble. Enfin l'ouvrage est terminé par une Table alphabétique des matières, destinée à faciliter les recherches, utile appendice dont MM. les Éditeurs se montrent trop avares aujourd'hui.

L'Ouvrage de M. Bertrand, d'une lecture facile, où la Géométrie et l'Analyse sont heureusement alliées, renferme tont ce qu'il y a d'essentiel à connaître dans le *Calcul différentiel*. On y signalera des lacunes, cela est inévitable. Il est aussi impossible de faire un Traité complet qu'une collection complète dans quelque genre que ce soit. C'est ce que l'Auteur a d'ailleurs bien compris. « Je voudrais, dit-il, pouvoir offrir aux jeunes Géo-

» mètres le moyen d'étudier les travaux des maîtres de » la science sans être jamais arrêté par l'ignorance des » principes sur lesquels ils reposent; mais un tel pro- » gramme s'étendrait presque sans limites, et j'ai dû me » borner, dans la limite de mes forces et de mon érudi- » tion, à aplanir pour eux les premiers pas. On peut » faire beaucoup mieux, sans doute, mais sans parvenir, » j'en ai la conviction, à surmonter toutes les difficultés. » Peut-être même aurait-on tort de le regretter; rien ne » peut suppléer à l'étude directe des grands maîtres, et » en aidant les jeunes gens à s'en affranchir trop long- » temps, il pourrait arriver qu'en facilitant leurs études » on retardât en eux, pour bien longtemps peut-être, le » développement de l'esprit d'invention. »

E. PROUHET.

(Extrait de la *Revue de l'Instruction publique* du 3 novembre 1864.)

NOUVELLE ARITHMÉTIQUE THÉORIQUE ET PRATIQUE; par *E.-A. Tarnier*, Docteur ès Sciences, Officier de l'Instruction publique, Chevalier de la Légion d'honneur, Inspecteur de l'Instruction primaire à Paris. 3e édition. In-12 de 290 pages. Paris, 1864.

Ce Traité d'Arithmétique se recommande par l'ordre des idées, la clarté du style et la simplicité de l'exposition : la science y est mise à la portée du sens commun. Il est vrai qu'on n'y trouve aucune dissertation profonde sur la *nature* des nombres et des opérations auxquelles on les soumet : pour ma part, je ne le regrette pas. La prétention à la profondeur des pensées nous a déjà valu assez d'écrits inintelligibles, dont les auteurs semblent se croire d'autant plus profonds qu'ils sont plus obscurs. Ce qu'il y a de mieux établi dans des écrits de ce genre, c'est que leurs auteurs ne sont pas parvenus sans peine à rendre confuses et difficiles les notions les plus simples.

L'Arithmétique de M. Tarnier est divisée en six Livres. Le premier comprend le système de numération décimale et les quatre opérations fondamentales sur les nombres entiers. Quelques considérations préliminaires très-courtes se rapportent au nombre et à l'unité; les définitions que l'auteur en a déduites formulent en termes clairs et précis des idées qui se trouvent dans l'esprit de tout le monde. Le système de numération est exposé avec beaucoup de soin, et les opérations expliquées avec toute la simplicité possible.

Le second Livre traite des fractions ordinaires. Rien de ce qui peut en faciliter l'étude n'a été négligé. Chaque opération est nettement définie; les énoncés des règles pratiques sont toujours accompagnés d'exemples; les théories, réduites à leurs principes fondamentaux, ne contiennent aucune de ces propositions accessoires dont on peut à son gré augmenter ou diminuer le nombre, et qui donnent à l'exposition des éléments d'une science le caractère d'une œuvre de fantaisie.

Le troisième Livre a pour objet les fractions décimales. Les propriétés et les règles du calcul des nombres décimaux ont été établies d'une manière simple et naturelle, en écrivant ces nombres sous la forme de fractions à deux termes. La réduction en décimales d'un quotient ou d'une fraction ordinaire a donné lieu à d'utiles remarques sur la détermination des valeurs approchées.

Le quatrième Livre contient l'exposé très-complet et très-détaillé du système légal des poids et mesures. Des figures de Géométrie intercalées dans le texte mettent en évidence les relations de grandeurs qui existent entre les différentes *unités* de superficie, et servent à déterminer facilement les rapports des différentes *unités* de volume. C'est, sans aucun doute, le moyen le plus sûr d'empêcher que l'on ne confonde le décimètre carré avec le dixième d'un mètre carré, le décimètre cube avec le dixième d'un mètre cube; l'expérience a fait voir que cette précaution n'a rien d'exagéré.

On trouve dans le cinquième Livre tout ce qu'il est important de connaître au sujet des nombres *complexes* provenant des divisions du temps; et, dans le sixième, la théorie élémentaire des grandeurs proportionnelles, suivie de ses applications aux questions d'*intérêt*, d'*escompte*, d'*association*, de *mélange* et d'*alliage*.

L'Ouvrage est terminé par plusieurs Notes intéressantes. Je mentionnerai particulièrement celles qui concernent les instruments de pesage et le nouveau titre monétaire.

Quelques propriétés des nombres ont été seulement énoncées; l'auteur renvoie pour leur démonstration à l'un de ses autres Ouvrages. Le Traité dont je viens de rendre compte s'adresse principalement aux commençants; il renferme toutefois les connaissances exigées pour l'obtention du grade de Bachelier ès Lettres, et convient d'ailleurs parfaitement aux élèves des Écoles industrielles et du commerce. G.