URBAIN CHEYRÉZY

Note sur les imaginaires

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 3 (1864), p. 445-446

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1864_2_3__445_1>

NOTE SUR LES IMAGINAIRES;

PAR M. URBAIN CHEYRÉZY,
Elève en Mathématiques spéciales, à Metz (école Saint-Clément).

Dans les *Nouvelles Annales de* 1863, p. 206, on démontre ce théorème :

Arc sin x, arc cos x sont réductibles à la forme $a+b\sqrt{-1}$, pour x plus grand que 1.

Voici, je crois, une autre démonstration, fort simple, de cette proposition.

Je vais prendre arccos$x$: les mêmes raisonnements s'appliqueraient au cas de arc sin x.

On a, d'après un théorème connu,

$$L(\cos\varphi + \sqrt{-1}\sin\varphi) + 2k\pi\sqrt{-1} = \varphi\sqrt{-1}.$$

On tire de là

$$L(x + \sqrt{x^2 - 1}) + 2k\pi\sqrt{-1} = \sqrt{-1}\,\text{arc}\cos x.$$

Cette formule étant vraie quel que soit x, supposons $x > 1$; nous avons

$$\text{arc}\cos x = \frac{L(x + \sqrt{x^2 - 1})}{\sqrt{-1}} + 2k\pi$$
$$= -\sqrt{-1}\,L(x + \sqrt{x^2 - 1}) + 2k\pi.$$

Le coefficient de $\sqrt{-1}$ est réel; le théorème est donc démontré.