Nouvelles annales de mathématiques

Bulletin

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 3 (1864), p. 190-192

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1864_2_3__190_0>

BULLETIN.

XII.

Lucas (Félix), ingénieur des Ponts et Chaussées. — *Études analytiques sur la théorie générale des courbes planes*. In-8 de xx-240 pages et 2 planches. Paris, 1864; Mallet-Bachelier.

L'auteur s'est efforcé d'exposer, au moyen des procédés *classiques*, quelques théories nouvelles. « Les coordonnées de Descartes, dit-il, étant seules usitées dans nos lycées et dans nos écoles, la plupart des hommes spéciaux qui, par position ou par goût, s'adonnent à la science, ne renoncent pas volontiers à des procédés qui leur sont familiers, et peuvent reculer devant l'adoption des nouveaux artifices, si ingénieux qu'ils soient, de la Géométrie moderne. » Nous remarquerons à ce propos que nos classes de mathématiques spéciales ne sont pas des académies vouées aux questions curieuses et difficiles de la science : elles ont un but très-précis qu'elles doivent atteindre dans un temps limité. Il s'agit de mettre les élèves à même d'aborder l'étude du calcul infinitésimal et de la mécanique. On comprend dès lors que les coordonnées cartésiennes, employées presque exclusivement par les géomètres qui ont créé et développé ces deux sciences, doivent occuper la première place dans l'enseignement. Cela n'empêche point les professeurs de reconnaître les avantages des coordonnées trilinéaires dans quelques questions curieuses; ils en donnent une idée à leurs élèves, mais une étude approfondie et continue de ces nouveaux moyens d'investigation les éloignerait du but principal à atteindre.

M. Lucas a donc bien fait d'employer les coordonnées cartésiennes et de chercher par leur secours à généraliser plusieurs théories de la Géométrie analytique. Son ouvrage pourra être un utile auxiliaire de l'enseignement de nos écoles; car rien n'est meilleur, pour l'intelligence d'une théorie, que d'en étudier une nouvelle plus générale. Nous regrettons seulement que M. Lucas se soit laissé aller à écrire des formules d'une grande complication, comme celles de la page 47. Quand des formules se compliquent à ce point, elles n'ont plus d'utilité, car on aura plus tôt fait d'aborder directement une question particulière, que d'en déduire la solution de l'expression générale.

L'ouvrage, divisé en sept livres, est terminé par un appendice et des notes. En voici les sommaires :

I. Diamètres. — Points remarquables et branches infinies. — II. Pôles et polaires. — Polaires diamétrales. — Courbes pivotantes. — III. Géométrie tangentielle. — Courbes roulantes. — Principe de dualité. — IV. Centres et axes des moyennes harmoniques. — Transversales et sommets. — V. Correspondance anharmonique. — Divisions segmentaires et tangentielles. — Homographie et involution. — VI. Génération anharmonique des courbes. — Intersection. — Courbes osculatrices. — Propriétés d'un système de points non situés en ligne droite. — Groupes associés sur les coniques. — Transformation des figures. — Appendice. — Description des courbes du troisième degré. — Notes I à X.

XIII.

CHASLES. — *Détermination du nombre des sections coniques qui doivent toucher cinq courbes données d'ordre quelconque ou satisfaire à d'autres conditions. Construction des coniques qui satisfont à cinq conditions données; nombre des solutions dans chaque question.* In-4 de 16 pages. (Extrait des *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, séances du 1er et du 15 février 1864.)

Cet important travail résout complétement, en donnant le nombre des solutions, le problème général de construire une conique qui satisfasse à cinq conditions consistant à passer par des points donnés, toucher des droites données ou des courbes d'ordre quelconque. La méthode suivie donne lieu à une théorie fort étendue, susceptible de s'appliquer à la constrution de courbes de degré quelconque assujetties à satisfaire à un nombre convenable de conditions. La Note de M. Chasles ne contient que des considérations générales et des énoncés dont la démonstration sera donnée plus tard par l'illustre géomètre. Nous nous contenterons de donner ici les formules du nombre des solutions des divers problèmes. Dans le tableau suivant, P indique le nombre de points par lesquels doit passer la conique cherchée, D le nombre de droites qu'elle doit toucher, C le nombre des courbes qu'elle doit toucher, S le nombre des solutions, en supposant que S_1, S_2, S_3, etc., désignent les sommes des produits pris 1 à 1, 2 à 2, 3 à 3... des nombres qui indiquent le degré des courbes C; enfin S' donne le nombre des solutions dans le cas où les courbes de la colonne C sont des coniques.

	P	D	C	S	S'
I......	4	0	1	$S_1(S_1+1)$	6
II.. ..	3	1	1	$2S_1(S_1+1)$	12
III.....	2	2	1	$4S_1^2$	16
IV.....	1	3	1	$2S_1(2S_1-1)$	12
V.....	0	4	1	$S_1(2S_1-1)$	6
VI.....	3	0	2	$S_2(S_2+S_1+1)$	36
VII....	2	1	2	$2S_2(S_2+S_1-1)$	56
VIII...	1	2	2	$2S_2(2S_2-1)$	56
IX....	0	3	2	$S_2(4S_2-2S_1+1)$	36
X.....	2	0	3	$S_3(S_3+S_2+S_1-3)$	184
XI....	1	1	3	$2S_3(S_3+S_2-S_1)$	224
XII....	0	2	3	$S_3(4S_3-2S_1+3)$	184
XIII...	1	0	4	$S_4(S_4+S_3+S_2-3S_1+3)$	816
XIV...	0	1	4	$S_4(2S_4+2S_3-2S_2+3)$	816
XV....	0	0	5	$S_5(S_5+S_4+S_3-3S_2+3S_1)$	3264

Ainsi le nombre total des coniques tangentes à cinq coniques données est de 3264. Un géomètre allemand avait trouvé 7776.

Les formules V, IX, XII et XIV sont des cas particuliers de la formule XV, en supposant que certaines courbes se réduisent à des droites, ce qui rend leur degré égal à l'unité. De même IV, VIII et XI sont des cas particuliers de XIII; II est un cas particulier de VI, etc. P.