

DE VIRIEU

**Démonstration de la seconde égalité
de la question 681**

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 3
(1864), p. 143-144

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1864_2_3__143_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1864, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

DÉMONSTRATION
DE LA SECONDE ÉGALITÉ DE LA QUESTION 681 ;

PAR M. DE VIRIEU.

Considérons les équations

$$(1) \quad \begin{cases} x \cos a + y \cos b + z \cos c = M, \\ x \sec a + y \sec b + z \sec c = N, \\ x \operatorname{coséc} a + y \operatorname{coséc} b + z \operatorname{coséc} c = P; \end{cases}$$

ajoutons ces équations après les avoir multipliées respectivement par 1, $\cos a \cos b \cos c$, — $\sin a \sin b \sin c$. Nous aurons

$$\begin{aligned} & [\cos a + \cos(b+c)]x + [\cos b + \cos(a+c)]y \\ & \quad + [\cos c + \cos(a+b)]z \\ & = M + N \cos a \cos b \cos c - P \sin a \sin b \sin c, \end{aligned}$$

ou bien

$$\begin{aligned} & 2 \cos \frac{a+b+c}{2} \\ \times & \left[x \cos \frac{c+b-a}{2} + y \cos \frac{a+c-b}{2} + z \cos \left(\frac{a+b-c}{2} \right) \right] \\ & = M + N \cos a \cos b \cos c - P \sin a \sin b \sin c, \end{aligned}$$

équation dont le premier membre est nul indépendamment des valeurs de x, y, z si l'on a

$$a + b + c = (2k + 1)\pi,$$

k étant un nombre entier. Dans cette hypothèse, le système (1) est impossible ou indéterminé, et le déterminant des coefficients des inconnues est nul. C. Q. F. D.

Note. — Une erreur de calcul rend illusoire la démonstration de la page 73. L'égalité (2), p. 72, a lieu pour des angles dont la somme est égale à $(2k+1)\pi$, comme vient de le démontrer M. de Virieu, et aussi quand deux quelconques des angles sont égaux, quel que soit le troisième; mais il est facile de s'assurer, par des substitutions particulières, qu'elle n'a pas lieu pour des valeurs quelconques de a, b, c .
