NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 3 (1864), p. 139-141

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1864_2_3__139_1>

QUESTIONS.

692. Soit une série de paires de quantités, a_1, b_1; a_2, b_2; a_3, b_3; ..., les a étant plus grandes que les b, dont la loi de la formation est la suivante :

$$a_x = a_{x-1} + b_{x-1}, \quad b_x = a_{x-1},$$

il faut chercher la limite du rapport $\frac{a_x}{b_x}$ lorsque x devient infini. (STREBOR.)

693. Trouver l'équation des courbes parallèles aux ovales de Descartes. (STREBOR.)

694. Soient n quantités α_1, α_2, α_3, ..., α_n, et si l'on pose

$$\sum \alpha_1 = \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n, \quad \sum \alpha_1\alpha_2 = \alpha_1\alpha_2 + \alpha_1\alpha_3 + \ldots,$$

et ainsi de suite : soient

$$f(x) = x^n + x^{n-1}\sum \alpha_1 + x^{n-2}\sum \alpha_1\alpha_2 + \ldots$$

et $f'(x)$ la dérivée de $f(x)$: démontrer que la valeur algébrique du déterminant

$$\begin{vmatrix} \alpha_1 & -1 & -1 & -1 \ldots & -1 \\ -1 & \alpha_2 & -1 & -1 \ldots & -1 \\ -1 & -1 & \alpha_3 & -1 \ldots & -1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ -1 & -1 & -1 & -1 \ldots & \alpha_n \end{vmatrix}$$

est $f(1) - f'(1)$. (MICHAEL ROBERTS.)

695. Si

$$a_1^2 - a_0 a_2 < 0, \quad a_0 a_2 a_4 + 2 a_1 a_2 a_3 - a_0 a_3^2 - a_1^2 a_4 - a_2^3 > 0,$$

alors les racines de l'équation

$$a_0 x^4 + 4 a_1 x^3 + 6 a_2 x^2 + 4 a_3 x + a_4 = 0$$

sont toutes imaginaires, et sous les mêmes conditions l'équation

$$a_0 x^5 + 5 a_1 x^4 + 10 a_2 x^3 + 10 a_3 x^2 + 5 a_4 x + a_5 = 0$$

n'a qu'une racine réelle. (MICHAEL ROBERTS.)

696. Démontrer le tableau suivant relatif à la réalité des racines de l'équation

$$x^5 + 5 p x^3 + 5 p^2 x + q = 0 :$$

$p > 0$ une racine réelle, quatre imaginaires.

$\left.\begin{array}{r} p < 0 \\ p^5 + \dfrac{q^2}{4} < 0 \end{array}\right\}$ cinq racines réelles.

$\left.\begin{array}{r} p < 0 \\ p^5 + \dfrac{q^2}{4} > 0 \end{array}\right\}$ une racine réelle, quatre imaginaires.

(MICHAEL ROBERTS.)

697. L'arête de rebroussement de la surface développable circonscrite à deux surfaces homofocales du second

ordre a pour projections, sur les trois plans principaux des deux surfaces, les développées des courbes focales.

(Moutard.)

698. Lorsqu'une courbe a quatre foyers sur un cercle, elle en a nécessairement douze autres situés par quatre sur trois autres cercles; tous ces cercles sont orthogonaux entre eux. (Laguerre.)

699. En partageant dans un rapport constant les normales d'une cycloïde quelconque (ordinaire, allongée ou raccourcie), on obtient une courbe dont les arcs sont exprimables en arcs d'ellipse. (Mannheim.)

700. La surface, lieu des sections circulaires diamétrales des ellipsoïdes appartenant à un système homofocal, coupe les ellipsoïdes orthogonalement.

(Strebor.)