Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 2 (1863), p. 479-480

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1863_2_2__479_0>

QUESTIONS.

671. Par un point A d'une ellipse donnée, on mène deux cordes AB, AC également inclinées sur la normale en ce point : démontrer que la droite BC, qui unit les extrémités de ces cordes, passe par un point dont la position est indépendante de leur inclinaison sur la normale, et déterminer la ligne que ce point décrit lorsque le point A parcourt l'ellipse donnée. (H. D.)

672. Étant donnés deux ellipsoïdes de même centre, semblables et semblablement placés, on mène de chaque point de la surface du plus grand, des plans tangents à l'autre : démontrer que l'enveloppe des plans des lignes de contact, ainsi déterminées, est un ellipsoïde semblable aux deux premiers. (H. D.)

673. Inscrire dans une parabole un triangle *abc* semblable à un triangle donné ABC, et dont un des sommets *a* soit situé en un point donné sur la courbe.

Cas particulier où le triangle ABC est équilatéral.

674. Soient ABC un triangle dont l'angle C est droit; γ le milieu de l'hypoténuse AB; r le pied de la hauteur Cr; P un point quelconque de la circonférence du cercle $Cr\gamma$ (cercle des neuf points); Cx la tangente à cette courbe au point C : démontrer que le produit des perpendiculaires abaissées de P sur les droites $C\gamma$, Cr est égal au produit des perpendiculaires abaissées de ce même point sur l'hypoténuse et la tangente Cx. [G. J. (Oxford.)]

675. Soient ABC un triangle isocèle dont chacun des deux angles A, B a pour mesure arc tang $2\sqrt{2}$; p, q, r les

longueurs des perpendiculaires abaissées des sommets A, B, C sur une ligne droite quelconque située dans le plan du triangle : mener par un point donné une droite telle, que la somme algébrique

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}+\frac{2}{r}=0.$$

[G. J. (Oxford.)]

676. Si a et b sont les demi-axes d'une conique, r, r_1, r_2 trois demi-diamètres quelconques, démontrer que l'on aura

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} \frac{4\sin^2\widehat{rr_1}\sin^2\widehat{r_2r}}{a^2b^2} &= \frac{2\sin^2\widehat{rr_1}\sin^2\widehat{r_1r_2}}{r^2r_2^2}+\frac{2\sin^2\widehat{r_1r_2}\sin^2\widehat{r_2r}}{r_1^2r^2}\\ &+\frac{2\sin^2\widehat{r_2r}\sin^2\widehat{rr_1}}{r_2^2r_1^2}-\frac{\sin^4\widehat{rr_1}}{r_2^4}\\ &-\frac{\sin^4\widehat{r_1r_2}}{r^4}-\frac{\sin^4\widehat{r_2r}}{r_1^4}, \end{aligned}\right.$$

$$(2)\quad \left\{\begin{aligned} &\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)\sin\widehat{rr_1}\sin\widehat{r_1r_2}\sin\widehat{r_2r}\\ &=\frac{\sin.2(\widehat{rr_1})}{2r_2^2}+\frac{\sin.2(\widehat{r_1r_2})}{2r^2}+\frac{\sin.2(\widehat{r_2r})}{2r_1^2}, \end{aligned}\right.$$

relations dans lesquelles $\widehat{rr_1}$, $\widehat{r_1r_2}$, $\widehat{r_2r}$ représentent les angles que les demi-diamètres r, r_1, r_2 font entre eux.

Conséquences de ces formules.

Ces deux dernières questions sont proposées par M. l'abbé Aoust.