

CORNILLE

Question 655

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 2
(1863), p. 454-455

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1863_2_2__454_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1863, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

QUESTION 655;**SOLUTION DE M. CORNILLE,**

Élève du lycée de Strasbourg (classe de M. Saint-Loup).

ÉNONCÉ. — Soient OA, OB les demi-axes d'une ellipse dont le centre est O; ANC la circonférence décrite du point O comme centre avec OA pour rayon; NM une perpendiculaire à l'axe OA, rencontrant l'ellipse au point M et la circonférence ANC au point N; P le point où l'ellipse est rencontrée par le rayon vecteur ON, et Q le point de rencontre de la circonférence et d'une perpendiculaire à l'axe OA, menée par le point P : si l'on prend OR = OP sur la direction du rayon OQ, la droite RM sera tangente à l'ellipse et perpendiculaire à OR.

(SACCHI.)

Soient x' , y' les coordonnées du point M, on aura la relation

$$(1) \quad a^2 x'^2 + b^2 y'^2 = a^2 b^2.$$

Les coordonnées du point N seront x' , $\frac{ay'}{b}$, et l'équation du rayon vecteur ON sera, par conséquent,

$$y = \frac{ay'}{bx'} x.$$

Si l'on détermine les coordonnées du point d'intersection de cette droite et de l'ellipse, on obtiendra

$$x = \frac{ab^2 x'}{\sqrt{a^4 y'^2 + b^4 x'^2}}, \quad y = \frac{a^3 by'}{\sqrt{a^4 y'^2 + b^4 x'^2}}.$$

On aura alors pour les coordonnées du point Q

$$x = \frac{ab^2 x'}{\sqrt{a^4 y'^2 + b^4 x'^2}}, \quad y = \frac{a^3 y'}{\sqrt{a^4 y'^2 + b^4 x'^2}}.$$

L'équation de la droite OQ sera donc

$$(2) \quad y = \frac{a^2 y'}{b^2 x'} x.$$

On voit déjà que cette droite (2) est perpendiculaire à la tangente à l'ellipse menée au point (x', y') .

Le cercle

$$x^2 + y^2 = \overline{OP}^2 = \frac{a^4 b^4}{a^4 y'^2 + b^4 x'^2}$$

coupe la droite (2) en un point dont les coordonnées sont évidemment

$$(3) \quad x = \frac{a^2 b^4 x'}{a^4 y'^2 + b^4 x'^2}, \quad y = \frac{a^4 b^2 y'}{a^4 y'^2 + b^4 x'^2}.$$

L'équation de la tangente à l'ellipse au point M est

$$(4) \quad a^2 y y' + b^2 x x' = a^2 b^2,$$

et, en cherchant les coordonnées de son intersection avec la droite (2), on trouve identiquement les valeurs (3). Le théorème est ainsi démontré.

Note. — La même question a été résolue par MM. Ch. de Trenquelléon; J.-Ch. Dupain; A. M., élève du collège de Douai; Godart, élève de M. Bourgeois; Albin Laval, élève du lycée de Lyon; Auguste Grouard, élève du lycée Louis-le-Grand; G. Monniot; A. Pelletreau, élève en spéciales à Poitiers; Demmler; A. Mastio, élève en spéciales au lycée de Rouen (classe de M. Vincent); John Risser; Abraham Schnée, élève du lycée Charlemagne; C. B. (de Gand); Ch. Contet, élève de Mathématiques spéciales au lycée de Besançon (classe de M. Chevilliet); P. R., du collège Rollin; Arthur Grassat, élève de Mathématiques spéciales; René Passaguay, élève en Mathématiques spéciales au lycée de Lyon.