Questions

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 2 (1863), p. 371-372

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1863_2_2__371_0>

QUESTIONS.

664. Dans tout triangle inscrit dans une conique, et dont deux des côtés sont tangents à une seconde conique, le troisième côté enveloppe une conique passant par les points d'intersection des deux premières.

(CH. DELEVAQUE.)

665. *Sur des limaçons de Pascal.* — Étant donnée une série de limaçons de Pascal, décrits avec la même circonférence et ayant même point double, par ce point on trace une transversale et on fait passer une circonférence par le point double et par chaque point d'intersection, tangente à la courbe en ce point : *toutes ces circonférences ont même axe radical, et lorsque la transversale tourne autour du point double, cet axe radical tourne autour de ce point, et le second point commun à toutes ces circonférences décrit un cercle.*

(CH. DELEVAQUE.)

666. Je transcris l'équation de la courbe parallèle à l'ellipse, trouvée par M. Catalan (*Nouvelles Annales*, t. III, p. 553) :

$$\begin{aligned}
&(x^2+y^2-a^2-b^2-k^2)^2(a^2y^2+b^2x^2-a^2k^2-b^2k^2-a^2b^2)^2\\
&+4a^2b^2k^2(x^2+y^2-a^2-b^2-k^2)^3-27a^4b^4k^4\\
&+18a^2b^2k^2(x^2+y^2-a^2-b^2-k^2)\\
&\quad\times(a^2y^2+b^2x^2-a^2k^2-b^2k^2-a^2b^2)\\
&+4(a^2y^2+b^2x^2-a^2k^2-b^2k^2-a^2b^2)^3=0.
\end{aligned}$$

Il faut démontrer que

1° Si l'on remplace dans cette équation x, y, k respectivement par $\frac{1}{2}x$, $\frac{1}{2}y$, $\frac{1}{2}\sqrt{x^2+y^2}$, on aura l'équation de la courbe de Talbot, que M. Tortolini a obtenue le premier.

2° Si l'on remplace dans la même équation x, y, k respectivement par $\frac{1}{2}x$, $\frac{1}{2}y$, $k+\frac{1}{2}\sqrt{x^2+y^2}$, on aura l'équation de la courbe, enveloppe des droites menées par les points de la courbe parallèle à l'ellipse, $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, perpendiculairement aux rayons vecteurs issus du centre. (*Généralisation de la courbe de Talbot.*) (STREBOR.)

667. *Théorème à démontrer.* — L'enveloppe des circonférences ayant leurs centres sur une circonférence C, et tangentes à un diamètre AB de C, est l'épicycloïde engendrée par un point d'une circonférence moitié moindre que C, roulant sur C.

Question. — Si l'on remplace le diamètre AB par une droite quelconque, l'enveloppe est-elle encore une épicycloïde? (E. CATALAN.)