

E. FONTANEAU

Seconde solution de la question 317

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 2
(1863), p. 300-302

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1863_2_2__300_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1863, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SECONDE SOLUTION DE LA QUESTION 317 (*) ;

(voir t. XV, p. 82, ou 2^e série, t. II, p. 227),

PAR M. E. FONTANEAU,
Ancien officier de Marine.

On donne sur un plan : 1° une conique S, 2° cinq points fixes a, b, c, d, P, dont l'un a est pris sur le périmètre de la conique. On propose de mener par le point P une transversale qui coupe la conique en deux points réels ou imaginaires ε, φ situés avec les quatre a, b, c, d sur une même conique. (DE JONQUIÈRES.)

La solution de ce problème repose sur les deux lemmes suivants :

1. Si, par un point fixe P, on mène une infinité de droites, elles déterminent, par leurs intersections avec une conique, deux séries de points qui sont en involution sur la courbe, c'est-à-dire qui sont tels, qu'en joignant chacun d'eux à un point quelconque de la conique fixe, on a deux faisceaux en involution (*Mélanges de Géométrie*, p. 159).

(*) C'est par erreur que cette question a été indiquée comme non résolue page 217 (Voir t. XX, p. 343.)

2. Si, par deux points du plan et deux points pris sur une conique, on fait passer une série de courbes du second ordre, elles détermineront par leurs intersections avec la conique fixe deux séries de points qui seront en involution sur cette courbe.

De ces deux lemmes résultent les corollaires suivants :

1° Si, par deux points du plan et deux points pris sur une conique, on fait passer une série de courbes du second ordre, leurs deuxièmes cordes d'intersection avec la conique fixe passeront toutes par un même point.

2° Si, par un point pris dans le plan d'une conique, on fait passer une infinité de droites, puis si, par les deux points variables d'intersection de chacune d'elles avec la courbe et trois points dont un ou deux sont pris sur la conique fixe, on fait passer une série de courbes du second ordre, ces coniques variables se couperont toutes en un même point, qui sera sur la conique fixe, si un seul des trois points fixes a été pris sur cette courbe. De ces propositions résulte la solution demandée.

Par le point P on mènera une corde à la conique S ; par les deux extrémités de cette corde e, f , le point a et deux des trois points b, c, d , on fera passer une conique (e, f, a, b, c , par exemple); on cherchera le quatrième point d'intersection M de cette courbe du second ordre avec la conique S ; par ce point M et les quatre a, b, c, d , on fera passer une troisième conique Σ dont les intersections ε, φ avec la courbe S seront les points demandés.

En effet, d'après le corollaire 2, toutes les coniques (e, f, a, b, c) passent par le point M lorsque la corde Pef varie, et, d'après le corollaire 1, toutes les cordes ef d'intersection des coniques (a, b, c, M) avec la courbe S passent par le point P ; donc la corde ($\varepsilon\varphi$) d'intersection

de la courbe du second ordre (a, b, c, d, M) avec la conique S passe par ce point P .

On sait que toutes ces constructions peuvent s'effectuer avec la règle et le compas.

Comme on peut combiner les trois points b, c, d deux à deux de trois manières différentes, il en résulte qu'il y a en général trois solutions et non pas deux, comme il est dit par erreur dans l'énoncé du problème.

Ce mode de solution s'applique à tous les problèmes analogues, parmi lesquels je citerai le suivant :

On donne une droite fixe L et huit points a, b, c, d et a', b', c', d' ; déterminer deux coniques $(abcd)$ et $(a'b'c'd')$ qui aient la droite L pour axe de symptose.