PROUHET

Remarques sur les compositions de mathématiques et de trigonométrie faites en 1862 pour l'admission à l'École polytechnique

Nouvelles annales de mathématiques 2e série, tome 2 (1863), p. 278-284

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1863_2_2__278_1>

REMARQUES

Sur les compositions de Mathématiques et de Trigonométrie faites en 1862 pour l'admission à l'École Polytechnique.

Un de nos amis, chargé en 1862 de corriger les compositions de Mathématiques et de Trigonométrie, nous a communiqué les remarques qui lui ont été suggérées par ce travail. Nous les publions parce qu'elles peuvent être utiles aux élèves, en les prémunissant contre certaines fautes assez communes. Nous ne croyons pas d'ailleurs commettre une indiscrétion, car si l'examen des compositions n'est pas public, cela tient uniquement à la nature d'un travail qui ne peut se bien faire que dans le silence du cabinet; mais l'École a toujours donné très-libéralement les renseignements qui lui ont été demandés sur cette partie des épreuves imposées aux candidats.

COMPOSITION DE MATHÉMATIQUES.

Trouver le lieu des centres des surfaces représentées par l'équation

$$x^2 + y^2 - z^2 + 2pxz + 2qyz - 2ax - 2by + 2cz = 0:$$

1° lorsque p et q varient de toutes les manières possibles; 2° lorsque p et q varient de manière que l'équation représente un cône. 3° Distinguer la partie du lieu qui correspond à des hyperboloïdes à une nappe de celle qui correspond à des hyperboloïdes à deux nappes.

La première partie de la question, très-facile, a été résolue par la généralité des candidats. La différence de leurs forces ou de leur talent ne s'est révélée que dans les deux autres parties. A cet égard, on a pu classer les élèves en cinq groupes, comme il suit :

1° Les élèves de ce groupe ont trouvé pour le premier lieu une sphère; pour le second, ils ont remarqué que les coordonnées du sommet du cône devaient satisfaire à l'équation

$$ax + by - cz = 0,$$

d'où il résultait que le lieu cherché est un cercle. La distinction des deux hyperboloïdes et des régions de la sphère correspondant aux centres des hyperboloïdes à une nappe, ou à ceux des hyperboloïdes à deux nappes, a été bien faite par ces élèves, qui ont mérité une note de 17 à 20.

2° Les élèves du deuxième groupe, après avoir éliminé p et q entre les équations du centre et celle de la surface, ont trouvé un cône de révolution ayant son sommet sur la sphère et dont l'axe passait par le centre : ils ont donc trouvé le cercle. Cette marche était assez longue, mais elle se présentait naturellement et il y avait un certain mérite à la conduire jusqu'au bout. Notes de 15 à 19.

3° Les élèves du troisième groupe ont trouvé pour le deuxième lieu l'intersection d'un cône et d'une sphère, mais ils n'ont pas vu que le cône était de révolution. En donnant une solution exacte d'ailleurs, ils n'ont pas su dégager de leurs calculs le résultat simple qu'ils renfermaient. Notes de 10 à 14.

4° D'autres élèves ont commencé comme les précédents, mais des erreurs de calculs les ont conduits à de faux résultats ou les ont empêchés d'arriver jusqu'au bout. Notes de 5 à 9.

5° Les élèves de ce dernier groupe, fort peu nombreux, n'ont pas trouvé la sphère ou distingué les deux sortes d'hyperboloïdes. Notes au-dessous de 5.

Comme on le voit par ce tableau, des notes différant de 4 ou 5 unités ont pu être attribuées à des élèves qui ont suivi la même marche et sont arrivés aux mêmes résultats. Un langage correct, une exposition claire, des calculs disposés avec beaucoup d'ordre sont des qualités dont le correcteur fait grand cas et dont il tient toujours compte. Ces précieuses qualités ne peuvent s'acquérir qu'à la longue. Il importe donc beaucoup que les candidats prennent de bonne heure l'habitude de bien rédiger, et qu'ils ne croient pas avoir assez fait en résolvant une question s'ils ne l'ont pas présentée de la manière la plus satisfaisante.

Il y a encore une recommandation à faire aux candidats : c'est de ne point s'abandonner à la première méthode qui se présente à eux. Ce n'est presque jamais la meilleure. Souvent on s'engage dans des calculs fort longs, qu'on ne peut mener à bonne fin, et on ne s'aperçoit qu'on fait fausse route que lorsqu'il est trop tard pour recommencer. Il faut donc jeter un coup d'œil d'ensemble sur la question proposée, comparer les diverses méthodes à suivre et prendre celle qui promet de conduire le plus rapidement au but. Mais cela demande beaucoup de tact, et ce tact ne peut s'acquérir que par l'habitude. Ainsi il faut travailler : c'est la condition du succès.

COMPOSITION DE TRIGONOMÉTRIE.

Un triangle résolu avec l'exactitude que comportent les Tables donne lieu à une note qui varie de 18 à 20 suivant que les calculs sont disposés avec plus ou moins d'ordre. Les autres notes s'échelonnent de 18 à 5. Pour obtenir une note au-dessous de 5, il faut n'avoir presque rien fait ou commettre des fautes qui montrent qu'on a systématiquement négligé cette partie du programme.

Un élève qui s'est beaucoup éloigné de la vraie solution peut être mieux noté qu'un autre, qui s'en sera beaucoup approché. Cela tient à la nature des fautes commises, et dont l'influence sur le résultat du calcul n'est pas toujours en raison directe de leur gravité. Le correcteur recommence tous les calculs, et quand il a rencontré une erreur, il en suit les conséquences, pour savoir s'il n'a pas été commis d'autres fautes.

Les fautes les plus ordinaires dans la composition de trigonométrie sont de diverses sortes : les unes sont de pures distractions ou tiennent au peu d'usage que l'on a des Tables; les autres sont des fautes de calcul proprement dites; enfin la dernière classe comprend les erreurs théoriques.

I. *Fautes de distraction.*

1° Prendre, au lieu du logarithme que l'on cherche, celui qui est immédiatement au-dessus; faute assez fréquente quand le logarithme est dans l'une des trois dernières colonnes. C'est un inconvénient attaché aux Tables à double entrée.

2° Erreurs de transcription : transposition de deux chiffres, 89 pour 98; erreur qui vient de ce qu'au lieu de lire les quatre derniers chiffres comme s'ils formaient un seul nombre, on les lit comme s'ils étaient séparés, et en les transcrivant on se trompe sur leur ordre. Il vaut mieux dire *quatre mille huit cent vingt-quatre,* que de dire *quatre, huit, deux, quatre.*

3° Un 1 surchargé pour un o, un 6 ou un 9 pour un o, un 1 ou un 2 mal faits pour un 7, et réciproquement. Nécessité d'écrire lisiblement, surtout les chiffres.

4° Tangentes prises dans la colonne des sinus, sinus dans la colonne des cosinus, etc.

5° Les degrés pris en bas quand il doivent l'être en haut, les minutes prises à droite quand elles doivent l'être à gauche, etc.

6° Les minutes prises à droite en descendant et les secondes à gauche, surtout pour les cotangentes. Erreur qu'on ne commettrait pas avec une Table à simple entrée.

7° Après avoir calculé tang $\frac{A}{2}$, prendre $\frac{A}{2}$ pour A. De même prendre $a+b$, $a-b$ au lieu de $\frac{a+b}{2}$, $\frac{a-b}{2}$.

8° Différence des sinus prise pour celle des cosinus, différence des cosinus pour celle des tangentes.

9° A — B pris pour B — A, A pour B.

10° Logarithme pris dans une autre page :

$$\log 7^\circ 32' 43'',54 \quad \text{pris pour} \quad \log 8^\circ 32' 43'',54.$$

11° Prendre la caractéristique des Tables pour le premier chiffre de la partie décimale : $\bar{1},986\ldots$ pour $9,86\ldots$

12° Calculer la moitié de $\frac{c}{2}$ au lieu du double de $\frac{c}{2}$.

13° $\sin^2\varphi$ pour $1+\cos^2\varphi$.

14° Erreur de transcription quand on écrit de nouveau un logarithme déjà trouvé, surtout sur une page différente.

15° Terme omis en calculant une formule exacte.

II. *Fautes de calcul.*

1° Erreur dans une addition de nombres ordinaires. Retenues omises, retenues comptées quand il n'y en a pas. Si trois fois de suite on a dit : *je pose tant et je retiens* 1, on a beaucoup de chance, en passant à la colonne suivante, de dire encore : *je retiens* 1, quoiqu'on n'ait qu'un seul chiffre à écrire.

2° Erreur dans une addition ou dans une soustraction de nombres complexes. Très-fréquente.

3° Erreur en prenant le double ou la moitié d'un nombre complexe.

4° Erreur en prenant le supplément ou le complément d'un angle.

5° Erreur dans la caractéristique par suite de soustraction.

6° Caractéristique 8 des Tables remplacée par $\bar{1}$ au lieu de $\bar{2}$.

7° Virgule mal placée dans le terme de correction.

8° Erreur dans la multiplication faite pour obtenir ce terme.

9° Erreur en prenant la moitié d'un logarithme dont la caractéristique est négative : $\frac{\bar{1},42}{2} = \bar{1},21$ pour $\bar{1},71$.

III. *Erreurs théoriques.*

1° Erreur dans le signe de la correction quand on cherche le logarithme d'un cosinus ou d'une cotangente.

2° Le correcteur a trouvé quarante-quatre formules fausses, ce qui est d'autant plus impardonnable que presque toujours leur fausseté saute aux yeux, et que d'ailleurs les vraies formules se trouvent dans l'Introduction placée en tête des Tables.

3° Employer les parties proportionnelles pour le sinus ou la tangente d'un arc très-petit.

4° Négliger les fractions de seconde dans un angle auxiliaire.

5° Calculer des chiffres incertains.

6° Prendre — log cot A pour log (— cot A).

7° En cherchant log cos 43° 24′ 12″,34, ajouter à log cos 43° 24′ 20″ la différence tabulaire × 2,34 au lieu de 7,66.

8° Il s'est trouvé un candidat admissible qui, pour calculer

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A,$$

a calculé chaque terme du deuxième membre par logarithmes.

9° Un autre candidat a remplacé la formule précédente par

$$\log\cos a = \log\cos b + \log\cos c + \log\sin b + \log\sin c + \log\cos A.$$

Comme on le voit, il y a beaucoup de manières de se tromper, et encore nous en passons. Il faut que les élèves se persuadent qu'on n'apprend pas en deux heures à se servir des Tables et à résoudre un triangle. C'est à eux de s'exercer pendant un temps suffisamment long.

Enfin les candidats doivent savoir qu'une fraude commise dans la composition ne peut manquer d'être découverte par le correcteur qui vérifie minutieusement tous les calculs. Il y a des exemples d'élèves qui auraient pu être admis, même avec une composition inachevée, et qui ont été exclus du concours pour avoir emprunté à un voisin un résultat faux qui ne s'accordait pas avec les calculs commencés. Le résultat aurait été vrai, que l'exclusion aurait encore été prononcée. Il vaut donc mieux agir loyalement.

P.