

J. DE VIRIEU

**Du centre de gravité d'un dé à jouer
(question 307) (voir t. XIV, p. 262)**

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 2
(1863), p. 220-224

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1863_2_2_220_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1863, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

DU CENTRE DE GRAVITÉ D'UN DÉ A JOUER (QUESTION 307)

(voir t. XIV, p. 262);

PAR M. J. DE VIRIEU,

Professeur à Lyon (institution Sainte-Barbe).

1. Étant donné un solide homogène de forme cubique, on creuse sur ses faces des cavités toutes égales entre elles qu'on appelle points, et qui satisfont aux conditions suivantes :

Le nombre de points de chaque face est inférieur à 7 et varie d'une face à l'autre ;

Deux points, soit d'une même face, soit de deux faces différentes, ne se pénètrent pas ;

Les points d'une même face sont disposés de telle sorte, que les projections de leurs centres de gravité sur cette face ont pour centre de moyenne distance le centre de la face elle-même.

On demande la position du centre de gravité du solide ainsi obtenu.

2. Pour fixer les idées, nous supposons que le solide proposé reposant sur un plan horizontal, un observateur

est placé, debout, dans son intérieur, vis-à-vis une face ; nous désignerons par :

P_1 la face horizontale située sous ses pieds ;

P_2 la face verticale située devant lui ;

P_3 la face verticale située à sa droite ;

P_4 la face verticale située à sa gauche ;

P_5 la face verticale située derrière lui ;

P_6 la face horizontale située au-dessus de sa tête ;

n_1, n_2, \dots, n_6 , nombres de points de ces faces ;

p , rapport entre le volume du cube primitif et celui d'un des points ;

δ , distance de chaque face au centre de gravité d'un de ses points ;

c , côté du cube primitif.

Les nombres n_1, \dots, n_6 étant distincts et plus petits que 7, on a

$$n_1 + n_2 + \dots + n_6 = 21.$$

3. Rappelons-nous :

1° Que si l'on projette plusieurs points géométriques appartenant à un même plan et leur centre de moyennes distances sur un plan parallèle au leur, la projection de ce centre est le centre de moyennes distances des projections de ces points ;

2° Que le centre des moyennes distances des centres de gravité de plusieurs corps égaux est le centre de gravité du système que forment ces corps.

4. Il en résulte que le centre de gravité du système que forment les points d'une même face se trouve sur la droite qui joint le centre de cette face au centre de la face opposée et à une distance de la première égale à la distance de cette même face au centre de gravité de l'un de ses points.

5. Soient P_1 le plan des $(x.y)$; P_3 le plan des $(y.z)$;

P_3 le plan des (x, x) , les demi-axes des coordonnées positives étant dirigés suivant les arêtes du cube primitif;

ξ, η, ζ les coordonnées du centre de gravité de ce cube;

$(x_1, y_1, z_1), \dots, (x_6, y_6, z_6)$ les centres de gravité des différents systèmes que forment les points de chaque face;

on a :

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{1}{2} c, & \eta &= \frac{1}{2} c, \\ x_1 &= \frac{1}{2} c, & y_1 &= \frac{1}{2} c, \\ x_2 &= \frac{1}{2} c, & y_2 &= c - \delta = \frac{1}{2} c + \left(\frac{1}{2} c - \delta\right), \\ x_3 &= \delta = \frac{1}{2} c - \left(\frac{1}{2} c - \delta\right), & y_3 &= \frac{1}{2} c, \\ x_4 &= c - \delta = \frac{1}{2} c + \left(\frac{1}{2} c - \delta\right), & y_4 &= \frac{1}{2} c, \\ x_5 &= \frac{1}{2} c, & y_5 &= \delta = \frac{1}{2} c - \left(\frac{1}{2} c - \delta\right), \\ x_6 &= \frac{1}{2} c, & y_6 &= \frac{1}{2} c, \end{aligned}$$

$$\zeta = \frac{1}{2} c,$$

$$z_1 = \delta = \frac{1}{2} c - \left(\frac{1}{2} c - \delta\right),$$

$$z_2 = \frac{1}{2} c,$$

$$z_3 = \frac{1}{2} c,$$

$$z_4 = \frac{1}{2} c,$$

$$z_5 = \frac{1}{2} c,$$

$$z_6 = c - \delta = \frac{1}{2} c + \left(\frac{1}{2} c - \delta\right).$$

6. Au centre de gravité appliquons deux forces verticales dirigées en sens contraire l'une de l'autre, et respectivement égales au poids de la matière qui le remplissait.

Il est facile de voir que le centre de gravité cherché est le centre de sept forces verticales :

L'une, dirigée de haut en bas, appliquée au centre du cube primitif et égale à son poids ;

Les six autres dirigées de bas en haut, respectivement appliquées aux centres de gravité des différents systèmes que forment les points de chaque face et égales au poids de la matière qui les remplissait ; ces forces étant les poids de corps formés d'une même substance sont proportionnelles à leurs volumes, volumes que représentent

$$c^3, \quad \frac{n_1}{v} c^3, \dots, \frac{n_6}{p} c^3,$$

et par conséquent proportionnelles aux nombres

$$p, \quad n_1, \quad n_2, \dots, \quad n_6.$$

x, y, z représentant les coordonnées du centre de gravité cherché ou ses distances aux plans P_3, P_5, P_1 , on a, en vertu de la théorie des moments :

$$x = \frac{1}{2} c + \frac{n_3 - n_4}{p - 21} \left(\frac{1}{2} c - \delta \right),$$

$$y = \frac{1}{2} c + \frac{n_5 - n_2}{p - 21} \left(\frac{1}{2} c - \delta \right),$$

$$z = \frac{1}{2} c + \frac{n_1 - n_6}{p - 21} \left(\frac{1}{2} c - \delta \right).$$

7. Soit D la distance de ce centre de gravité au centre de gravité du cube primitif ; en posant

$$N = (n_3 - n_4)^2 + (n_5 - n_2)^2 + (n_1 - n_6)^2,$$

on aura :

$$D = \frac{\sqrt{N}}{p-21} \left(\frac{1}{2}c - \delta \right);$$

le maximum et le minimum de D correspondent au maximum de N.

8. Les points dont le nombre sur chaque face est inférieur à 7 et varie d'une face à l'autre peuvent être répartis de quinze manières différentes ; si l'on calcule les quinze valeurs correspondantes de n , on trouve :

Que sa valeur minimum 3 correspond au cas où 1 est opposé à 2, 3 à 4, 5 à 6 ;

Que sa valeur maximum 35 correspond au cas où 1 est opposé à 6, 2 à 5, 3 à 4 ;

Cette dernière disposition est précisément celle qui existe dans le dé à jouer ordinaire ; c'est la seule où la somme des points opposés soit constante.

9. Soient d_1, \dots, d_6 les distances du centre de gravité du dé à jouer ordinaire, aux faces marquées 1, 2, ..., 5, 6 ; les formules A, en y posant

$$n_1 = 1, n_2 = 2, n_3 = 3, n_4 = 4, n_5 = 5, n_6 = 6,$$

donnent

$$d_1 = \frac{1}{2}c - \frac{5}{p-21} \left(\frac{1}{2}c - \delta \right) = \frac{p-26}{p-21} \cdot \frac{c}{2} + \frac{5}{p-21} \delta,$$

$$d_2 = \frac{1}{2}c - \frac{3}{p-21} \left(\frac{1}{2}c - \delta \right) = \frac{p-24}{p-21} \cdot \frac{c}{2} + \frac{3}{p-21} \delta,$$

$$d_3 = \frac{1}{2}c - \frac{1}{p-21} \left(\frac{1}{2}c - \delta \right) = \frac{p-22}{p-21} \cdot \frac{c}{2} + \frac{1}{p-21} \delta,$$

$$d_4 = \frac{1}{2}c + \frac{1}{p-21} \left(\frac{1}{2}c - \delta \right) = \frac{p-20}{p-21} \cdot \frac{c}{2} - \frac{1}{p-21} \delta,$$

$$d_5 = \frac{1}{2}c + \frac{3}{p-21} \left(\frac{1}{2}c - \delta \right) = \frac{p-18}{p-21} \cdot \frac{c}{2} - \frac{3}{p-21} \delta,$$

$$d_6 = \frac{1}{2}c + \frac{5}{p-21} \left(\frac{1}{2}c - \delta \right) = \frac{p-16}{p-21} \cdot \frac{c}{2} - \frac{5}{p-21} \delta.$$