

ABRAHAM SCHNÉE

Question 105

Nouvelles annales de mathématiques 2^e série, tome 2
(1863), p. 12-13

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1863_2_2__12_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1863, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

QUESTION 105

(voir tome IV, page 560);

SOLUTION DE M. ABRAHAM SCHNÉE,

Élève du lycée Charlemagne.

Considérant comme coordonnées rectangulaires d'un point les rayons de courbure des extrémités des diamètres conjugués d'une même ellipse, le lieu du point est l'enveloppe d'une droite de longueur constante inscrite dans un angle droit. (BRASSINE.)

L'expression du rayon de courbure d'une ellipse en fonction de l'abscisse du point considéré est

$$\rho = \frac{(a^4 - c^2 x^2)^{\frac{3}{2}}}{a^4 b}.$$

Si

$$y = mx, \quad y = -\frac{b^2}{a^2 m} x$$

sont les équations de deux diamètres conjugués de l'ellipse

$$a^2 y^2 + b^2 x^2 = a^2 b^2,$$

on sait que les abscisses des points de rencontre avec la courbe sont données par

$$x^2 = \frac{a^2 b^2}{a^2 m^2 + b^2}, \quad x^2 = \frac{a^4 m^2}{a^2 m^2 + b^2};$$

x et y étant les coordonnées courantes d'un point de la courbe cherchée, on aura donc

$$x = \frac{\left(a^4 - c^2 \frac{a^2 b^2}{a^2 m^2 + b^2}\right)^{\frac{1}{2}}}{a^4 b}, \quad y = \frac{\left(a^4 - c^2 \frac{a^4 m^2}{a^2 m^2 + b^2}\right)^{\frac{1}{2}}}{a^4 b},$$

d'où l'on tire

$$(a^4 b x)^{\frac{2}{3}} = a^4 - \frac{a^2 b^2 c^2}{a^2 m^2 + b^2}, \quad (a^4 b y)^{\frac{2}{3}} = a^4 - \frac{a^4 c^2 m^2}{a^2 m^2 + b^2}.$$

Eliminant m^2 entre ces équations, on a l'équation du lieu cherché

$$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = \frac{a^2 + b^2}{a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{2}{3}}};$$

c'est l'enveloppe d'une droite de longueur constante

$$\frac{(a^2 + b^2)^{\frac{3}{2}}}{ab}$$

inscrite dans un angle droit, celui des axes de l'ellipse.